

FRANCISCO HUMBERTO SIMÕES MAGRO

Aerotriangulação com Métodos Alternativos na Detecção de Erros e uso de Injunções

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para a obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas pela Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA
AGOSTO/1990

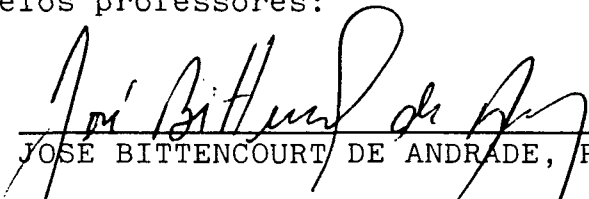
AEROTRIANGULAÇÃO COM MÉTODOS ALTERNATIVOS NA DETECÇÃO
DE ERROS E USO DE INJUNÇÕES


por

FRANCISCO HUMBERTO SIMÕES MAGRO

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do
grau de Doutor em Ciências Geodésicas no Curso de Pós-
-Graduação em Ciências Geodésicas, pela Comissão formada pelos professores:

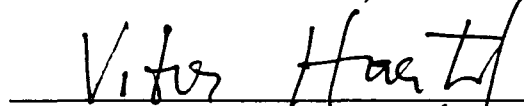
Orientador:


JOSE BITTENCOURT DE ANDRADE, Ph.D.


ARLETE APARECIDA CORRÊA MENEGUETTE, Ph.D.


FLAVIO FELIPE KIRCHNER, Ph.D.


JOÃO BOSCO LUGNANI, Ph.D.


VITOR FRANCISCO DE ARAÚJO HAERTEL, Ph.D.

Curitiba, 17 de agosto de 1990.

Para vocês:
Lorena,
Magda e
Tânia.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja externar seus agradecimentos às pessoas e entidades abaixo relacionadas:

- Professor Doutor José Bittencourt de Andrade pelas sugestões recomendadas;
- CNPq, pela bolsa de estudos concedida na fase inicial do curso e depois pela bolsa de pesquisa durante o desenvolvimento da tese;
- Professores do Departamento de Geodésia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo incentivo, confiança depositada e pela ação nobre no desempenho da missão de docência que competia a este humilde professor;
- Professora Moanilda Froes Godolphim que tanto colaborou para o êxito desta obra com suas sugestões vernaculares;
- Dr. Ing. Hans Peter Bahr da Universitat Karlsruhe pelo fornecimento de bibliografia que muito contribuiu para o sucesso desta tese;
- Professores e Colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas que, direta ou indiretamente contribuíram para a execução desta tese.

SUMÁRIO

	TERMO DE APROVAÇÃO	ii
	DEDICATÓRIA	iii
	AGRADECIMENTOS	iv
	LISTA DE FIGURAS	vii
	LISTA DE TABELAS	vii
	RESUMO	viii
	ABSTRACT	x
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Estado atual da fototriangulação analítica	1
1.2	Objetivo e propósito desta pesquisa	3
2	FOTOTRIANGULAÇÃO ANALÍTICA POR FEIXE DE RAIOS COM REFINAMENTO DA IMAGEM	5
2.1	Considerações iniciais	5
2.2	Sistemas de coordenadas e suas transformações .	8
2.3	Erros sistemáticos	9
2.3.1	Deformações do filme	9
2.3.2	Translação do ponto principal	15
2.3.3	Distorções das lentes	17
2.3.3.1	Distorção radial simétrica	17
2.3.3.2	Distorção descentrada	18
2.3.4	Refração fotogramétrica	20
2.4	Erros grosseiros	23
2.4.1	Método para detecção de erros grosseiros	24
2.4.2	Investigação em modelos fotogramétricos inde- pendentes	28
2.5	Ajustamento de um bloco	35

2.5.1	Introdução	35
2.5.2.1	Equação de observação	36
2.5.2.2	Equação de injunção de posição	40
2.5.3	Aplicação do método dos mínimos quadrados	42
2.5.4	Resolução do sistema das equações normais	46
2.5.5	Controle de qualidade	48
2.5.5.1	Matriz dos pesos	49
2.5.5.2	Variância da unidade de peso a posteriori	50
3	AEROTRIANGULAÇÃO DE BLOCOS EM MICRO OU MINICOM- PUTADORES	54
3.1	Introdução	54
3.2	Dados utilizados	54
3.3	Sistemas de programas	55
3.3.1	Correção dos erros sistemáticos	56
3.3.2	Deteção e localização de erros grosseiros	57
3.3.3	Execução da aerotriangulação	58
3.3.3.1	Valor aproximado dos parâmetros	59
3.3.3.2	Abordagem da matriz A	62
3.3.3.3	Abordagem da matriz N	63
3.3.3.4	Critérios de convergência	69
3.4	Testes efetuados	71
3.4.1	Corrigindo erros sistemáticos	71
3.4.2	Detectando e eliminando erros grosseiros	72
3.4.3	Ajustamento da aerotriangulação	77
4	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	81
	ANEXOS	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122

LISTA DE FIGURAS

1	Sistema Fotográfico e Fiducial	16
2	Mostra o efeito da refração fotogramétrica	20
3	Formação analítica de modelo fotogramétrico	30
4	Mostra a condição de colinearidade	38
5	Padrão da matriz N	64

LISTA DE TABELAS

1	Fotocoordenadas das aerofotos 3, 4 e 5	72
2	Coordenadas plani-altimétricas com ajustamento livre	73
3	Coordenadas plani-altimétricas com injunções altimétricas	76

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvido um procedimento metodológico para a fototriangulação analítica pelo método feixe de raios perspectivos. Este procedimento apresenta três fases distintas que são:

- a) a correção dos erros sistemáticos, ou seja, deformação do filme, translação do ponto principal, distorções das lentes e refração fotogramétrica, aplicada às coordenadas da imagem;
- b) a investigação e eliminação de erros grosseiros em modelos fotogramétricos gerados analiticamente sem injunções posicionais e com injunções altimétricas pelo método de Baarda; e
- c) o ajustamento da fototriangulação pelo método dos mínimos quadrados com a resolução do sistema das equações normais pelo processo iterativo das sobre-relaxações.

As experiências efetuadas mostraram a possibilidade de ajustar blocos fotogramétricos de até 180 aerofotos em microcomputadores com 640 K bytes de memória. Na detecção de erros grosseiros, o método utilizado mostrou-se eficiente para a coordenada y do espaço imagem. Entretanto, para a coordenada x houve dificuldades para a localização de erros grosseiros com o método

de Baarda. Esta localização foi possível só quando se comparavam as coordenadas Z dos pontos do espaço objeto obtidas por dois modelos adjacentes. A localização de erros grosseiros foi restringida a pontos que tinham coordenadas no espaço imagem em pelo menos três aerofotos.

ABSTRACT

In this thesis is developed a method for the analytical Phototriangulation by the bundle method. In this procedure occur three distinct phases which are:

- a) the correction of sistematic errors such as, film deformation, principal point translation, lens distortion and photogrammetric refraction in the photo coordinates;
- b) the investigation and elimination of gross errors in photogrammetric models produced analytically without position constraints and with altimetric constraints by data snooping;
- c) the phototriangulation adjustment by least squares method with solution of the system of normal equations by means of the interactive method of sucessive overrelaxation.

A set of experiments was developed which show the possibility of adjusting photogrammetric blocks until 180 aerophotos by means of microcomputer with 640 K bytes of memory. In the detection of gross errors, the method used showed itself efficient in the y coordinate of image space. On the other hand, for x coordinates there are difficulties in localizing the outliers with data snooping. This localization was possible only when a

comparison was made of the Z coordinates of object space points, obtained for two adjacent models. The localization of the outliers were restricted to points that had coordinates in the image space of at least three aerophotos.

1 INTRODUÇÃO

1.1 ESTADO ATUAL DA FOTOTRIANGULAÇÃO ANALÍTICA

A fotogrametria analítica evoluiu sobremaneira com o desenvolvimento da informática e da eletrônica a partir da década de sessenta. Tarefas da fotogrametria clássica passaram a ser computadorizadas. Verificou-se uma grande mudança na aerotriangulação, apareceram os modelos numéricos do terreno, criaram-se restituidores analíticos e mesas de desenho automático e o mapeamento tornou-se digital.

Na aerotriangulação, os métodos computacionais possibilitam um grande avanço em termos de precisão, um desempenho em termos de custo promovendo uma maior economia e há uma rápida transformação possibilitando a incursão em novas aplicações práticas na vida humana.

A aerotriangulação é um método fotogramétrico que permite a determinação espacial de pontos contribuindo para a densificação de redes geodésicas esparsas. Nesta determinação espacial, o resultado é um terno de coordenadas que define a localização do ponto na superfície terrestre.

Na década de cinquenta, a aerotriangulação começou a ser resolvida de forma polinomial em faixas e blocos. Isto deve-se à pequena capacidade dos computadores. Mais tarde, ocorreram grandes mudanças, quando a aerotriangulação passou a ser vista

como uma questão de ajustamento simultâneo com a aplicação do método dos mínimos quadrados às coordenadas de modelo ou às coordenadas fotográficas.

No Brasil, todo este desenvolvimento repercutiu de forma diferente na área acadêmica e no setor empresarial. Na área acadêmica, esta evolução pode ser traduzida pela formação de profissionais na área cartográfica, os quais vêm sendo incorporados ao setor produtivo ou em instituições onde vão desenvolver trabalhos de ensino e pesquisa. No ensino há a possibilidade da transmissão do conhecimento e com a pesquisa, não só há a hipótese de realimentar o próprio conhecimento como, também, há a possibilidade de se chegar ao desenvolvimento de novas tecnologias. No setor empresarial, pode-se considerar que o Brasil dispõe de uma grande capacidade de produção cartográfica. Esta capacidade é consequência da excelente qualidade dos recursos humanos existentes que usam com eficiência as tecnologias disponíveis nos serviços que executam. Na década de setenta, este setor empresarial se equipou com o sistema de programas PAT-M43 que foi desenvolvido pela equipe do professor Ackermann, da Universidade de Stuttgart. Este sistema de programas representa um método de fototriangulação de modelos independentes. Este sistema de programas vem resolvendo de forma satisfatória, a prestação de serviços que o setor empresarial está oferecendo à comunidade. Por outro lado, os restituidores necessários para a aplicação dos resultados deste sistema de programas têm uma manutenção acessível às empresas.

Para as necessidades do Brasil, o número de restituidores analíticos que existe é ínfimo e a fototriangulação analítica por feixe de raios, praticamente, só é exercida a nível de pesquisa nas instituições que tem estes instrumentos ou

disponham de monocomparadores. As razões, que têm levado as empresas a se acomodarem com o sistema de programas PAT-M43, podem ser, entre outras:

- a) a eficiência do sistema de programas PAT-M43 para as necessidades nacionais;
- b) o alto custo da manutenção dos restituidores analíticos;
- c) o alto custo para a aquisição de um novo sistema de programas e equipamentos;
- d) as restrições naturais que o ser humano coloca diante das novidades; e
- e) a dificuldade que as empresas teriam para instruir e operacionalizar o seu quadro funcional frente às novas tecnologias.

Estas causas levaram as empresas, na sua maioria, a evitarem o desenvolvimento da fototriangulação analítica por feixe de raios perspectivós. Por outro lado, as mesmas procuram estar na vanguarda do desenvolvimento tecnológico da área cartográfica, embora, face às causas já expostas, não coloquem em prática os desenvolvimentos da fototriangulação analítica por feixe de raios existentes no mundo atual.

1.2 OBJETIVO E PROPÓSITO DESTA PESQUISA

De acordo com Doyle et alii (1966), a fototriangulação pode ser entendida como o método fotogramétrico do estabelecimento de controle horizontal e vertical suplementar através da relação geométrica de fotografias adjacentes que constituem estereomodelos.

Pela definição pode-se entender que a fototriangulação analítica permite a obtenção de coordenadas de pontos do espaço objeto a partir de coordenadas do espaço imagem. Os objetivos deste trabalho é desenvolver um sistema de programas computacionais que faça uso do método de feixe de raios com um desenvolvimento sequencial da seguinte forma:

- a) fazer o refinamento das coordenadas de pontos do espaço imagem de modo que, o centro perspectivo, o ponto do espaço imagem corrigido e o seu homólogo do espaço objeto estejam em linha reta;
- b) fazer a depuração dos erros grosseiros nas coordenadas do espaço imagem, usando como técnica os princípios do método de Baarda associado a inversas generalizadas, e
- c) executar o ajustamento do bloco de forma a permitir a obtenção dos elementos de orientação exterior e as coordenadas do espaço objeto bem como, o controle de qualidade do ajustamento.

Entretanto, não basta que este desenvolvimento sequencial funcione. Será preciso que o mesmo seja operacional e capaz de aerotriangular blocos fotogramétricos com um grande número de variáveis usando, para este fim, os instrumentos computacionais existentes, na maioria das empresas. Se o método de feixe de raios, com o desenvolvimento sequencial proposto, funcionar com a possibilidade de aerotriangular blocos fotogramétricos com grande número de variáveis, então ter-se-á certeza que a metodologia desenvolvida poderá ser útil às empresas que geram produtos cartográficos.

2 FOTOTRIANGULAÇÃO ANALÍTICA POR FEIXE DE RAIOS COM REFINAMENTO DA IMAGEM

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O conceito de fototriangulação apresentado no item 1.2, desta tese, é considerado um conceito clássico. Lugini (1987) mostra um conceito moderno de fototriangulação como sendo o método fotogramétrico de determinação de coordenadas de pontos do espaço objeto através:

- a) da relação geométrica de fotos adjacentes devidamente tomadas;
- b) do esparsa controle de campo dado; e
- c) de um conjunto de valores aproximados de parâmetros.

Com a fototriangulação é possível a geração de coordenadas espaciais de pontos a partir de coordenadas medidas em fotografias, convenientemente tiradas ou em modelos formados estereoscopicamente, e de um número mínimo de informações que define a atitude da câmera no instante da tirada da fotografia.

O mesmo autor parece querer esgotar o assunto quando apresenta algumas classificações de fototriangulação referente a certos princípios. Uma delas é quanto ao tipo de processador, classificando a fototriangulação em:

- a) analógica quando a obtenção de coordenadas espaciais dos pontos é feita com a utilização de restituidores

óticos, mecânicos e óticos mecânicos;

- b) analítica quando as coordenadas espaciais dos pontos são obtidas numericamente com o auxílio de computadores a partir de coordenadas de pontos do espaço imagem;
- c) semi-analítica quando combina ambos os processamentos, o analógico para construir estereomodelos e o numérico para a concatenação de modelos.

As fototriangulações analógica e semi-analítica não serão abordadas neste trabalho. Quanto à fototriangulação analítica é um assunto vastíssimo e há miríades de trabalhos a respeito nos mais diversos lugares que se possa imaginar. Sendo assim, convém restringir um pouco mais o tema que será desenvolvido nesta pesquisa. Para esta finalidade, aproveitando o trabalho já elaborado por Lugnani (1987), pode-se classificar a fototriangulação quanto à unidade fotogramétrica utilizada no ajustamento como:

- a) fototriangulação por feixe de raios que usa como modelo matemático um feixe de retas para considerar uma foto. Cada reta do feixe fica definida pela condição de colinearidade dos pontos da imagem, do centro perspectivo e do objeto. Este modelo matemático recebe coordenadas de pontos imagens como dados de observação do problema;
- b) fototriangulação por modelos independentes que exige para modelagem matemática os pares estereoscópicos constituídos analógica ou analiticamente;

- c) fototriangulação em faixa ou semi-blocos, cujos modelos matemáticos são diversos e podem ser utilizados para transformações sequenciais ou simultâneas de faixas ou semi-blocos para o espaço objeto.

Na literatura especializada, encontram-se muitos trabalhos que abordam de uma forma exaustiva as metodologias utilizadas para modelos independentes e em faixas ou semi-blocos. Nesta pesquisa, tais assuntos não serão desenvolvidos. Pretende-se trabalhar na fototriangulação por feixe de raios. Entretanto, este assunto ainda é vastíssimo e portanto, convém fazer mais algumas limitações. Para efeito, pode-se considerar mais uma classificação apresentada em Lugnani (1987), que vai merecer especial atenção visto ser de interesse para este trabalho. Esta classificação diz respeito ao procedimento utilizado na adequação da realidade física com o modelo matemático classificando a fototriangulação em:

- a) com pré-refinamento das coordenadas da imagem, neste caso, o modelo matemático é a simples equação de colinearidade com injunções de controle;
- b) com parametrização, neste caso, o modelo matemático é modificado com parâmetros adicionais para se adaptar à realidade física de que o raio luminoso que une o ponto objeto, ponto imagem e centro perspectivo, através da atmosfera e do sistema de lentes, não satisfaz a condição de colinearidade.

No que diz respeito a adequação da realidade física com o modelo matemático, a fototriangulação com parametrização é riquíssima em metodologias propostas pelas mais diversas autoridades no assunto e trabalhos como os de Rampal (1976), de

Brown (1975;1977), de Schut (1980), entre outros, devem ser considerados de primeira grandeza.

Concluindo, depois destas considerações iniciais, este trabalho, que se está desenvolvendo, irá abordar a fototriangulação analítica por feixe de raios com pré-refinamento da imagem.

2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS E SUAS TRANSFORMAÇÕES

Neste trabalho, serão utilizados vários sistemas de coordenadas os quais pertencem ao espaço imagem e ao espaço objeto. No espaço imagem se utilizará os sistemas de coordenadas Instrumental Arbitrário (XI,YI), Fiducial (XF,YF) e Fotográfico (x,y). No espaço objeto se usará os sistemas de coordenadas Universal Transverso de Mercator (N,E), Elipsoidal (ϕ,λ,H), Geodésico (XG,YG,ZG) e Local (X,Y,Z). Há miríades de trabalhos que desenvolvem estudos sobre estes sistemas e, por isso, recomenda-se, entre outras, as obras de Merchant (1979), Gemael(1981), Rosier (1983) e Lugnani (1987).

As transformações de coordenadas no espaço imagem serão vistas no item 2.3. As transformações de coordenadas no espaço objeto são de domínio público e podem ser vistas em trabalhos de Andrade (1970;1973), Gemael (1981), Rosier (1983), Snyder (1987), entre outros. Quanto às transformações de coordenadas que permita o conhecimento da posição de um ponto no espaço objeto a partir do espaço imagem, será abordado no item 2.4.

2.3 ERROS SISTEMÁTICOS

Nesta pesquisa, vai-se desenvolver a fototriangulação analítica por feixe de raios com pré-refinamento das coordenadas dos pontos do espaço imagem. Neste caso, o modelo matemático será a equação de colinearidade com injunções de controle e as observações tem de ser depuradas dos erros sistemáticos. Desta forma, admite-se que o conhecimento das causas dos erros sistemáticos e suas correções foram suficientes para que os erros residuais possam ser considerados acidentais. Verificando-se isso então, a fototriangulação por feixe de raios será mais precisa quando comparada a outros métodos analíticos. El-Hakim (1979) afirma que isso só é possível se as coordenadas dos pontos do espaço imagem estiverem livres dos erros sistemáticos.

Os erros sistemáticos abordados são as distorções do filme, a não coincidência do ponto principal com o centro fiducial, as distorções das lentes e a refração fotogramétrica. Com a depuração dos erros sistemáticos nas coordenadas do espaço iimagem, então o ponto do espaço imagem, o centro perspectivo da câmara e o ponto do espaço objeto passam a verificar a condição de colinearidade. Assim, quando aplicada a equação de colinearidade às coordenadas que definem aqueles três pontos, a condição de colinearidade será verificada ou estará muito próximo da realidade física.

2.3.1 DEFORMAÇÕES DO FILME

De acordo com Slama et alii (1980), o material fotográfico está sujeito a deformações entre a época em que o mesmo é exposto na câmara e o momento em que são medidas as coordenadas do espaço imagem num monocomparador. Em Merchant (1979), pode-

-se verificar que as deformações a que está sujeito o filme são devidas às mudanças de temperatura e de umidade, à variação na tensão e ao envelhecimento do filme.

A correção dos erros sistemáticos provenientes das deformações do filme é realizada durante a etapa de transformação das coordenadas Instrumentais Arbitrárias para as coordenadas Fiduciais. Quando se fazem as observações, o sistema utilizado nos monocomparadores é um sistema Instrumental Arbitrário. Os pontos observados neste sistema de coordenadas Instrumental Arbitrário serão transformados para o sistema de coordenadas Fidual. Dependendo da quantidade das marcas fiduciais, costuma-se usar modelos matemáticos diferentes. Para as câmaras com quatro marcas fiduciais, pode-se usar a transformação afim. Nas câmaras com oito marcas fiduciais, pode-se usar a transformação projetiva. Nas câmaras que utilizam "reseau" há inúmeras opções. Estas são as propostas que se podem ver tanto em Slama et alii (1980) como em Lugnani (1987).

Nesta pesquisa, será corrigido o erro sistemático, proveniente da deformação do filme, nas coordenadas dos pontos do espaço imagem para o caso de câmaras com quatro marcas fiduciais. Vai-se aplicar a transformação afim cujas expressões matemáticas podem ser expressas como:

$$XF = a XI + b YI + e \quad (2.1)$$

$$YF = c XI + d YI + f$$

onde

(XF,YF) são as coordenadas de um ponto genérico do espaço imagem no sistema Fidual,

(XI,YI) são as coordenadas de um ponto genérico do espaço imagem no sistema Instrumental Arbitrário e

a,...,f são os parâmetros que permitem a transformação geométrica das coordenadas de um ponto no sistema Instrumental para o sistema Fiducial.

De acordo com Slama et alii (1980), a transformação dará uma translação, uma rotação, duas trocas de escala e uma deformação pela não ortogonalidade dos eixos no sistema Fiducial.

Na prática, um diapositivo é colocado num monocomparador. As marcas fiduciais são lidas e suas coordenadas registradas. Depois, lêem-se as coordenadas dos pontos que se deseja conhecer suas coordenadas de terreno. Se no diapositivo houver pontos de controle, estes devem ser lidos. Todas estas observações devem ser feitas várias vezes, para se poder obter em cada ponto a média e o erro médio quadrático da média. Para as marcas fiduciais, recomenda-se que sejam lidas umas quatro vezes. Para os restantes pontos, pelo menos duas vezes. O conhecimento da média e de seu erro médio quadrático permite fazer a propagação da variância covariância e obter o controle de qualidade dos resultados. Estes valores podem ser calculados com as seguintes expressões:

$$\overline{XI} = \left(\sum_{i=1}^n XI_i \right) / n \quad (2.2)$$

$$\overline{YI} = \left(\sum_{i=1}^n YI_i \right) / n$$

$$EMQ_{XI} = \left(\sum_{i=1}^n (\overline{XI} - XI_i)^2 / n(n - 1) \right) \quad (2.3)$$

$$EMQ_{YI} = \left(\sum_{i=1}^n (\overline{YI} - YI_i)^2 \right) / n(n - 1)$$

com

$$i = 1, \dots, n$$

Com as coordenadas médias das marcas fiduciais no sistema Instrumental, as coordenadas médias das mesmas no sistema Fiducial, dadas pelo certificado de calibração da câmara, e as respectivas precisões das mesmas em ambos sistemas, pode-se calcular os seis parâmetros da transformação afim, usando o modelo paramétrico cujo modelo matemático é:

$$L = F(X) \tag{2.4}$$

Este modelo linearizado pela série de Taylor e desconsiderando as parcelas superiores às de primeira ordem obtém-se:

$$AX - L = V \tag{2.5}$$

onde

A é a matriz de ordem mxn e representa as derivadas parciais das coordenadas das marcas fiduciais no sistema Fiducial em relação aos parâmetros,

X é um vetor de ordem mx1 e representa os parâmetros,

L é um vetor de ordem mx1 e representa as coordenadas das marcas fiduciais no sistema Fiducial e

V é um vetor de ordem mx1 e representa os resíduos.

Minimizando a forma quadrática $V'PV$, são obtidos os parâmetros ajustados facilmente com a expressão matricial:

$$X = (A'PA)^{-1} A'PL \quad (2.6)$$

ou

$$X = N^{-1} U \quad (2.7)$$

onde

N representa a matriz de ordem n das equações normais,

U representa o vetor de ordem $nx1$ dos termos independentes e

P representa a matriz de ordem m cuja diagonal principal tem os pesos das coordenadas das marcas fiduciais no sistema Fiducial.

Conhecidos os valores dos parâmetros ajustados, torna-se necessário fazer um controle de qualidade do ajustamento por meio de testes estatísticos. Num primeiro instante, pode-se calcular:

$$V'PV = X'U - L'PL \quad (2.8)$$

e sabendo-se que

$$E(V'PV) = m - n \quad (2.9)$$

onde

m representa o número de equações de observação,

n representa o número de parâmetros e

como a forma quadrática $V'PV$ segue uma distribuição qui-quadrado, podendo-se fazer um teste de hipóteses bilateral com

$$H_0: V'PV = m - n$$

$$H_1: V'PV \neq m - n$$

e se

$$P \{ \chi^2_{1-\alpha/2, m-n} < V'PV < \chi^2_{\alpha/2, m-n} \} = 1 - \alpha$$

aceita-se H_0 significando que o ajustamento está bom. Caso haja rejeição de H_0 então, pelo menos uma das três situações pode ter ocorrido:

- 1) problemas com o modelo matemático,
- 2) observações com erros grosseiros e
- 3) incompatibilidade das variâncias das observações com a precisão requerida para os resultados.

Conhecida a qualidade do ajustamento, então, pode-se com o auxílio das expressões (2.1) calcular as coordenadas no sistema Fiducial de todos aqueles pontos que se deseja conhecer suas coordenadas no terreno, ou que sejam pontos de controle na quele diapositivo. Para cada diapositivo, haverá, necessariamente, um conjunto de parâmetros diferentes, isto é, cada diapositivo é definido por uma sêxtupla de parâmetros.

O modelo funcional utilizado para se obter os parâmetros da transformação afim foi o paramétrico ao invés do modelo

combinado. Isto pode implicar em alteração de qualidade no modelo estocástico visto que, a flutuação randômica das coordenadas das marcas fiduciais do certificado de calibração é distinta das coordenadas dos pontos observados no sistema Instrumental.

Desta forma, a precisão das coordenadas fiduciais dos pontos pode ser obtida fazendo-se a propagação da variância covariância, ponto por ponto, usando-se a expressão matricial

$$\Sigma_X = D \Sigma_L D' \quad (2.10)$$

onde

Σ_X representa a matriz variância covariância das coordenadas de um ponto genérico no sistema Fiducial,

Σ_L representa a matriz variância covariância de um ponto genérico no sistema Instrumental e

D representa a matriz das derivadas parciais das coordenadas de um ponto genérico no sistema Fiducial em relação às coordenadas no sistema Instrumental de um ponto genérico da transformação afim definida pelas fórmulas (2.1).

2.3.2 TRANSLAÇÃO DO PONTO PRINCIPAL

Ponto principal é o ponto situado no plano focal da lente, onde a linha que passa pelo ponto nodal posterior da lente perpendicularmente ao plano focal, intercepta este.

De acordo com Slama et alii (1980), em uma câmara bem ajustada, a intersecção das linhas definidas pelas marcas fidu-

ciais opostas deveria coincidir exatamente com o ponto principal. Entretanto, na vida real, lentes perfeitas não existem e nem fazem a intersecção coincidir exatamente com o ponto principal. Por esta razão, qualquer ponto medido no sistema Fotográfico deve sofrer uma translação da forma:

$$\begin{aligned}x' &= XF - x_o \\ y' &= YF - y_o\end{aligned}\tag{2.11}$$

onde

(x_o, y_o) são as coordenadas do ponto principal da câmara no sistema Fiducial e

(x', y') são as coordenadas de um ponto genérico no sistema Fotográfico depois de feita a translação do ponto principal.

A figura abaixo apresenta os dois sistemas, o Fotográfico e o Fiducial representados de forma a dar uma idéia da transformação que ocorre.

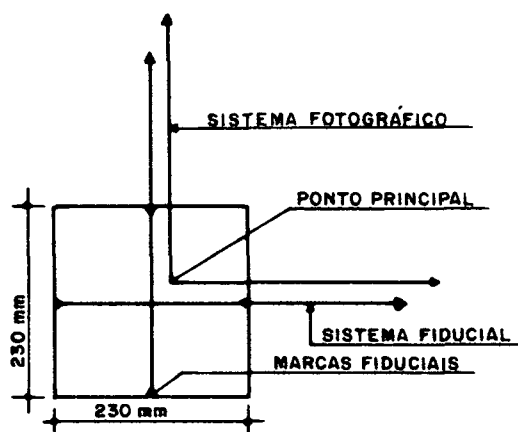


Fig. 1 - Sistema Fotográfico e Fiducial.

Mitishita (1986)

2.3.3 DISTORÇÕES DAS LENTES

De acordo com Wolf (1983), é impossível uma única lente produzir uma imagem perfeita. No lugar desta produzirá sempre algo manchado. Estas imperfeições, que degradam a nitidez da imagem, são chamadas aberrações. Andrade & Olivas (1981) afirmam que Seidel definiu as seguintes aberrações: esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção.

Mais adiante, Andrade & Olivas (1981) dizem que as cinco aberrações de Seidel podem ser minimizadas no processo de fabricação de lentes ou sistema de lentes, mas não todas simultaneamente. As quatro primeiras dizem respeito à qualidade da imagem, enquanto que a quinta aberração de Seidel causa deslocamentos da imagem. A distorção radial simétrica e a distorção des centrada serão abordadas os seus modelos matemáticos nos próximos itens.

2.3.3.1 DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA

Andrade & Olivas (1981) dizem que a distorção radial simétrica pode ser encarada como sendo a parcela não desejável da refração sofrida por um raio de luz ao atravessar um sistema de lentes.

O modelo matemático utilizado para modelar a distorção radial simétrica, desenvolvido por Conrady em 1919 e apresentado em Andrade & Olivas (1981) é:

$$r^2 = x'^2 + y'^2 \quad (2.12)$$

$$dx_1 = (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) x'$$

(2.13)

$$dy_1 = (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) y'$$

$$x'' = x' - dx_1$$

(2.14)

$$y'' = y' - dy_1$$

onde

(x', y') representam as coordenadas de um ponto genérico no sistema Fotográfico corrigidas das deformações do filme e da translação do ponto principal,

(x'', y'') representam as coordenadas de um ponto no sistema Fotográfico corrigidas das deformações do filme, da translação do ponto principal e da distorção radial simétrica,

k_1, k_2 e k_3 representam os parâmetros de calibração da câmara referentes à distorção radial simétrica,

r representa a distância radial do ponto principal ao ponto genérico e

(dx_1, dy_1) representam as correções da distorção radial simétrica.

2.3.3.2 DISTORÇÃO DESCENTRADA

No que concerne à distorção descentrada, Andrade & Olivas (1981) afirmam que na impossibilidade do fabricante em alinhar perfeitamente os eixos óticos das lentes que compõe uma ob

jetiva, resulta os deslocamentos da imagem. A distorção descentrada é composta pelas distorções tangencial e radial assimétrica.

O modelo matemático utilizado para modelar a distorção descentrada foi desenvolvido por Conrady em 1919 e, mais tarde, Brown (1966) procedeu a algumas transformações gerando o modelo Conrady-Brown revisado, conforme pode ser visto em Merchant (1979). Estas transformações, em Andrade & Olivas (1981), são expressas pelas seguintes fórmulas:

$$r^2 = x''^2 + y''^2 \quad (2.15)$$

$$dx_2 = P_1 (r^2 + 2x''^2) + 2P_2 x'' y'' \quad (2.16)$$

$$dy_2 = P_2 (r^2 + 2y''^2) + 2P_1 x'' y''$$

$$x''' = x'' - dx_2 \quad (2.17)$$

$$y''' = y'' - dy_2$$

onde

(x'', y'') vide pág. 18,

(x''', y''') representam as coordenadas de um ponto genérico no sistema Fotográfico corrigidas da distorção descentrada,

P_1 e P_2 representam os parâmetros de calibração da câmara relacionados com a distorção descentrada e

(dx_2, dy_2) representam as correções da distorção descentrada.

2.3.4 REFRAÇÃO FOTOGRAMÉTRICA

Andrade (1980) afirma que o raio de luz no seu caminho do ponto objeto para o ponto imagem, é continuamente flexionado devido à variação do índice de refração do meio. A refração atmosférica produz um deslocamento da imagem na direção aproximadamente radial a partir do ponto principal para aerofotos aproximadamente verticais de acordo com Lugnani (1987). A figura abaixo, apresentada em Mitishita (1986), tenta mostrar o efeito da refração fotogramétrica.

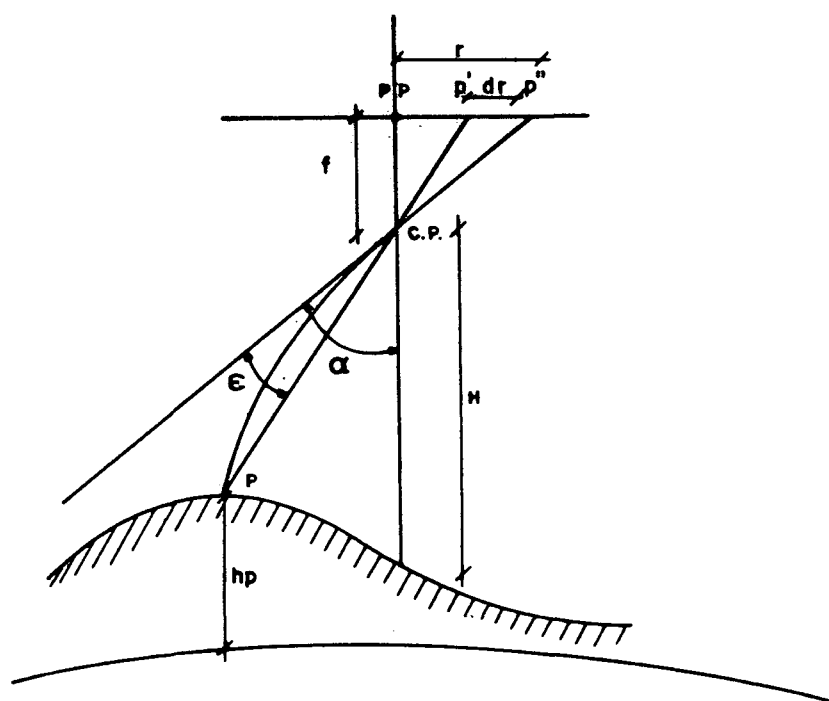


Fig. 2 - Mostra o efeito da refração fotogramétrica.

Na fig. 2 os símbolos têm o seguinte significado

H representa a altura de vôo,

h_p representa a altitude do ponto P,

C.P. representa o centro perspectivo,

f representa a distância focal,

r representa a distância radial da imagem em relação ao ponto principal,

dr representa o deslocamento radial da imagem devido à refração fotogramétrica,

α representa o ângulo nadiral da direção câmara, ponto e objeto e

ϵ representa a refração fotogramétrica a qual é definida por Andrade (1977), como sendo o ângulo entre o raio colinear e a tangente ao raio real no nodo exterior e tomado como positivo para deslocamentos radiais da imagem afastando-se do ponto nadir.

Andrade (1977;1980), para corrigir a refração fotogramétrica, desenvolve o seguinte modelo matemático:

$$x = x''' - dx \quad (2.18)$$

$$y = y''' - dy$$

$$dx = \epsilon 45^\circ (1 + r^2 / f^2) x''' \quad (2.19)$$

$$dy = \epsilon_{45^\circ} (1 + r^2 / f^2) y'''' \quad (2.19)$$

$$r^2 = x''''^2 + y''''^2 \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{45^\circ} = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{Z_s - Z_p} \frac{E + F}{G} \ln \left| \frac{1 + 0,000226a (1 - bZ_p)^c}{1 + 0,000226a (1 - bZ_s)^c} \right|$$

para altitude de vôo até 11 km (2.21)

$$\epsilon_{45^\circ} = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{Z_s - Z_p} \frac{A + B}{C + D} - Z_p \ln \left| \frac{1 + 0,000226a (1 - bZ_p)^c}{1 + 0,000226a' e^{-b'(Z_s - 11)}} \right|$$

para altitude de vôo acima de 11 km (2.22)

$$A = a \left| (1 - 11b)^c_{11} + \frac{(1 - 11b)^{c+1}}{b(c+1)} - \frac{(1 - bZ_p)^{c+1}}{b(c+1)} - \right. \\ \left. - (1 - bZ_p)^c Z_p \right| \quad (2.23)$$

$$B = a' \left| (Z_s + b'^{-1}) e^{-b'(Z_s - 11)} - 11 - b'^{-1} \right| \quad (2.24)$$

$$C = a \left| (1 - 11b)^c - (1 - bZ_p)^c \right| \quad (2.25)$$

$$D = a' \left| e^{-b'(Z_s - 11)} - 1 \right| \quad (2.26)$$

$$E = (1 - bZ_s)^c (Z_s - Z_p) \quad (2.27)$$

$$F = (1 - bZ_s)^{c+1} / b(c+1) - (1 - bZ_p)^{c+1} \quad (2.28)$$

$$G = (1 - bZ_s)^c - (1 - bZ_p)^c \quad (2.29)$$

onde

$$a = 1,2256$$

$$b = 0,02257$$

$$c = 4,256$$

$$a' = 0,3638$$

$$b' = 0,1578$$

e representa a base dos logaritmos naturais

Z_p representa a altitude do ponto em Km

Z_s representa a altitude da estação de exposição em Km

(x,y) representam as coordenadas de um ponto genérico no sistema Fotográfico, corrigidas dos erros sistemáticos da imagem e

(x''',y''') representam as coordenadas de um ponto genérico no sistema Fotográfico, corrigidas das deformações do filme, da translação do ponto principal e das distorções das lentes.

2.4 ERROS GROSSEIROS

Pode-se dizer que os erros resultantes da imperfeição dos aparelhos e dos sentidos são inevitáveis, por mais perfeitos que sejam os aparelhos e rigorosos e hábeis os operadores.

Os erros, quanto à sua natureza, podem ser classificados em sistemáticos e acidentais. Quanto aos erros sistemáticos, já se viu o tratamento analítico com a finalidade de depurar as observações em 2.3. Deveriam restar os erros acidentais que podem ser analisados nos resíduos das observações. Entretanto, não se deve esquecer os erros grosseiros resultado da negligência ou confusão do operador, muito possível de ocorrer para quem está inserido num processo repetitivo. Estes devem ser eliminados, de acordo com Wolf (1983), por procedimentos cautelosos e vigilantes.

2.4.1 MÉTODO PARA DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS

Em Baarda (1967), pode-se deslumbrar uma preparação para o método com a compilação de alguns conceitos estatísticos e como usá-los em redes por meio do ajustamento. Em Baarda (1968), vê-se a apresentação do método "Data Snooping" para a detecção de erros grosseiros, aplicado a redes geodésicas.

Depois de Baarda, outros métodos foram criados, mas de acordo com Grün (1980), o método de Baarda e o de Pope continuam sendo os mais sensitivos para a detecção de erros grosseiros entre os métodos conhecidos. A extensão do método de Baarda à fotogrametria pode ser vista em trabalhos de Forstner (1980;1985), Grün (1980), El-Hakim (1981), Ackermann (1982), entre outros.

Baarda propõe a aplicação de seu método depois de se ter feito o ajustamento das observações e verificado que o mesmo foi rejeitado no teste bilateral com a distribuição qui-quadrado, aplicado à variância da unidade de peso a posteriori, a um determinado nível de significância.

A aplicação do método de Baarda, em resumo, requer que se calculem os resíduos, os coeficientes de peso dos mesmos, com vistas a se poder padronizá-los, e os números de redundância com as expressões:

$$V = L_a - L_b \quad (2.30)$$

$$Q = P^{-1} - A(A'PA)^{-1}A' \quad (2.31)$$

$$w_i = v_i / q_i \quad (2.32)$$

$$r_i = (QP)_{ii} \quad (2.33)$$

onde

V é o vetor com m resíduos;

L_b é o vetor com m observações;

Q é a matriz simétrica de ordem m com os coeficientes de peso dos resíduos;

P é a matriz de ordem m , com os pesos das observações;

A é a matriz de ordem $m \times n$ cujos elementos representam as derivadas parciais da função definidora da realidade física em relação aos parâmetros;

L_a é o vetor com m observações calculadas com os parâmetros ajustados;

w_i é o resíduo padronizado da i -ésima observação;

v_i é o resíduo da i -ésima observação;

q_i é o erro médio quadrático do i -ésimo resíduo e obtém-se extraíndo a raiz quadrada dos elementos da diagonal principal da matriz dos coeficientes de peso dos resíduos e

r_i é o número de redundância da i -ésima observação.

O número de redundância representa a confiabilidade do ajustamento de uma observação. Este número está definido no intervalo de 0 a 1. Se o número de redundância for 1, as observações são plenamente controláveis, enquanto que observações com redundâncias iguais a zero não poderão ser conferidas totalmente.

Os trabalhos de Baarda mostram que a teoria da confiabilidade faz parte de um conceito para avaliar a qualidade dos resultados de um ajustamento. E, neste sentido, a confiabilidade interna é a controlabilidade das observações, descrita por limites inferiores para erros grosseiros, os quais podem ser detectados com uma dada probabilidade.

O produto matricial da expressão (2.33) gera uma matriz idempotente. Afirma Forstner (1985) que o traço desta matriz é igual aos graus de liberdade do ajustamento. Isto é,

$$\sum_{i=1}^m (QP)_{ii} = m - n = r \quad (2.34)$$

e, na mesma obra pode-se verificar que o valor médio da redundância das observações pode ser obtido por

$$\bar{r} = r / m \quad (2.35)$$

É de fundamental importância conhecer-se este parâmetro visto que, para blocos fotogramétricos a redundância média é da ordem de 0,2 a 0,5. Um valor médio de 0,5 indica, sem dúvida, um bloco fotogramétrico estável. Alguns números de redundância

isolados, contudo, podem atingir valores inferiores a 0,1, traduzindo um local de geometria muito débil, de acordo com Fors-
tner (1985).

Se o resíduo padronizado não está afetado de erro grosseiro, então,

$$w \sim N(0,1) \quad (2.36)$$

Em caso contrário

$$w \sim N(\delta_i, 1) \quad (2.37)$$

com

$$\delta_i = \Delta_i / \sigma_i \quad (2.38)$$

onde

Δ_i representa o erro grosseiro da i-ésima observação,

σ_i representa o erro médio quadrático do i-ésimo resíduo e

δ_i representa o parâmetro de não centralidade da i-ésima observação.

Deste modo, pode-se aplicar um teste de hipóteses bilateral aos resíduos padronizados da seguinte forma:

$$H_0: w_i = 0$$

$$H_1: w_i \neq 0$$

e se $|w_i| < Z_{\alpha/2}$ aceita-se a hipótese nula. Mas se $|w_i| > Z_{\alpha/2}$ rejeita-se a hipótese nula, admitindo-se a hipótese alternativa como verdadeira.

Ao se rejeitar a hipótese nula quando ela deveria ser aceita, diz-se que foi cometido um erro do tipo I. Entretanto, ao se aceitar uma hipótese quando ela deveria ser rejeitada, comete-se um erro tipo II. Para reduzir o erro do tipo II, Baarda estabelece um valor para o parâmetro de não centralidade das observações

$$\delta_0 = 4$$

e introduz a probabilidade β .

2.4.2 INVESTIGAÇÃO EM MODELOS FOTOGRAFÉTRICOS INDEPENDENTES

A utilização do teste de hipóteses bilateral com a distribuição qui-quadrado aplicado à variância da unidade de peso a posteriori de um ajustamento de um bloco fotogramétrico, quando há poucos e pequenos erros grosseiros nas observações, pode levar à aceitação do mesmo. No ajustamento de blocos fotogramétricos com um grande número de variáveis, podem haver erros grosseiros nas observações, os mesmos serem facilmente, absorvidos no ajustamento e contaminarem os resíduos das observações mais próximas, sem hipótese de serem detectados por meio de um teste bilateral com a distribuição qui-quadrado. Entretanto, a aplicação do método de Baarda aos resíduos padronizados detectaria e localizaria estes poucos e pequenos erros grosseiros.

Por outro lado, num ajustamento, com um grande número de

variáveis, pode-se tornar inviável o cálculo da matriz dos coeficientes de peso dos resíduos, pois a quantidade de cálculo computacional exigida é enorme.

Estes dois grandes obstáculos estão explicitados em Grün (1980), onde ele propõe e desenvolve a simplificação do método de Baarda.

Entretanto, além destes dois obstáculos pode-se constatar a ocorrência de um terceiro obstáculo. Quando se faz o ajustamento de um bloco fotogramétrico onde, o mesmo é rejeitado por meio de um teste de hipóteses, aplica-se o método de Baarda no bloco tantas vezes as necessárias para fazer a depuração das observações. Quando não forem mais detectados erros grosseiros faz-se, novamente, o ajustamento do bloco. Não será este procedimento metodológico, embora correto, anti-econômico, principalmente, quando aplicado a grandes blocos? Por que não detectar e localizar os erros grosseiros antes do ajustamento do bloco? Este parece ser um caminho coerente com as necessidades de um sistema produtivo onde, o tempo gasto numa certa metodologia, implica em custos elevados com o consumo de horas de trabalho de pessoal qualificado e de computadores.

Estas três questões, a possibilidade do ajustamento ser aceito com observações contendo poucos e pequenos erros grosseiros, a dificuldade computacional em se calcular a matriz dos coeficientes de peso dos resíduos e o procedimento metodológico ser oneroso criaram condições favoráveis ao desenvolvimento de uma metodologia que parece ser capaz de resolvê-las, além de permitir a detecção e localização de erros grosseiros.

O procedimento metodológico a ser utilizado, após terem

se eliminados os erros sistemáticos, consiste na aplicação do método de Baarda aos resíduos padronizados das observações de modelos fotogramétricos dependentes gerados analiticamente. Na geração destes modelos, utilizam-se as equações de colinearidade e fundamenta-se nos princípios da orientação relativa de duas câmaras, que envolvem doze parâmetros de orientação para

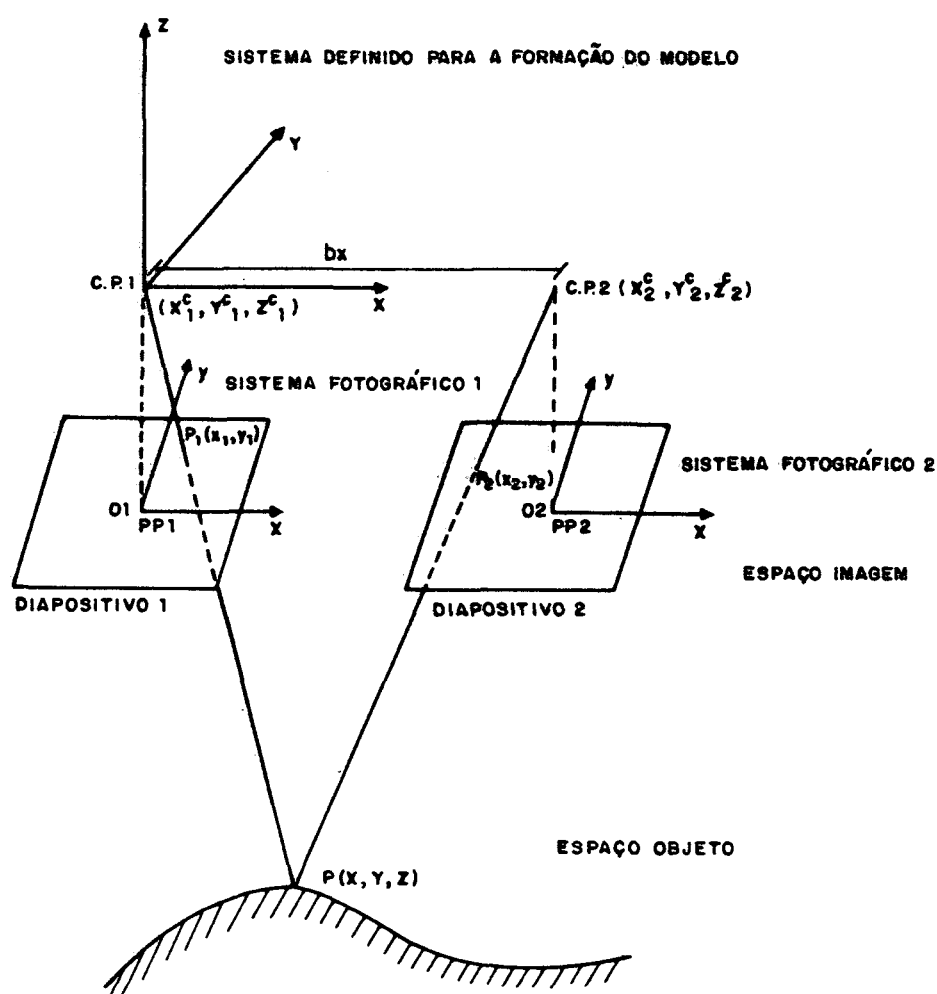


Fig. 3 - Formação analítica de modelo fotogramétrico.

Mitishita (1986)

as câmaras e mais três parâmetros para cada ponto. Assim, a câmara da esquerda é definida pelos parâmetros

$$\omega_1, \phi_1, \kappa_1, X_1^C, Y_1^C \text{ e } Z_1^C$$

que são arbitrariamente fixos. Além disso, arbitrando uma escala ao modelo, se está fixando também X_2^C . Permanecem como parâmetros a serem calculados

$$Y_2^C, Z_2^C, \omega_2, \phi_2 \text{ e } \kappa_2$$

da câmara da direita, de acordo com Lugnani (1987). O mesmo autor ainda afirma que para cada ponto cujas coordenadas de foto foram observadas nas duas fotos, haverá a geração de quatro equações do tipo

$$x = f \frac{m_{11}(X - X^C) + m_{12}(Y - Y^C) + m_{13}(Z - Z^C)}{m_{31}(X - X^C) + m_{32}(Y - Y^C) + m_{33}(Z - Z^C)}$$

(2.39)

$$y = f \frac{m_{21}(X - X^C) + m_{22}(Y - Y^C) + m_{23}(Z - Z^C)}{m_{31}(X - X^C) + m_{32}(Y - Y^C) + m_{33}(Z - Z^C)}$$

baseadas na condição de colinearidade entre o ponto do espaço i magem (p), o centro perspectivo da câmara (C) e o ponto do espaço objeto (P). A figura 3 ilustra estas condições de colinearidade.

Um ponto genérico $P_i(X_i, Y_i, Z_i)$ do modelo dará origem a

duas condições de colinearidade: uma com a câmara da esquerda e a outra com a câmara da direita. Como para cada condição de colinearidade há um par de coordenadas (x,y) então, estas duas condições vão gerar quatro equações de colinearidade.

Como para a geração de um modelo fotogramétrico analiticamente foram fixados os parâmetros que definem a atitude da câmara da esquerda e mais a base aérea para definição da escala, então, as equações de colinearidade apresentam características diferentes dependendo da câmara a que se vai destinar.

Assim, para a câmara da esquerda em um ponto genérico i , tem-se

$$x_i = f(X_i, Y_i, Z_i) \quad (2.40)$$

$$y_i = f(X_i, Y_i, Z_i)$$

com

$$i = 1, \dots, n$$

enquanto que para a câmara da direita tem-se

$$x = f(\omega_2, \phi_2, \kappa_2, Y_2^C, Z_2^C, X_i, Y_i, Z_i) \quad (2.41)$$

$$y = f(\omega_2, \phi_2, \kappa_2, Y_2^C, Z_2^C, X_i, Y_i, Z_i)$$

com

$$i = 1, \dots, n$$

onde

n representa o número de pontos no modelo.

Considerando a formação analítica de um modelo, como exemplo, onde haja 6 pontos, tem-se 24 equações de observação. Como cada ponto gera 3 parâmetros e mais os 5 parâmetros da câmara da direita, resulta em 23 parâmetros.

As funções definidas pelas expressões (2.40) e (2.41) são típicas do método paramétrico, onde no primeiro membro estão as observações e no segundo os parâmetros. Desta forma, usa-se o método paramétrico cujo modelo matemático foi definido pela expressão (2.4). Este modelo, quando linearizado pela série de Taylor e desconsiderando as parcelas superiores às de primeira ordem, fica definido pela expressão matricial (2.5). Minimizando a forma quadrática $V'PV$, são obtidos os valores das correções dos parâmetros com a expressão

$$X = (A'PA)^+ A'PL$$

ou

(2.42)

$$X = N^+ U$$

e os parâmetros ajustados obtêm-se com a expressão

$$X_a = X_o + X \quad (2.43)$$

onde

X_o representa o vetor dos parâmetros aproximados,

X representa o vetor das correções a serem aplicadas aos parâmetros aproximados e

X_a representa o vetor dos parâmetros ajustados.

Como os valores dos parâmetros aproximados podem não ser bons e as equações de observação não são lineares, torna-se necessário a utilização de um processo iterativo no ajustamento com a finalidade de se obter valores mais prováveis das incógnitas. A equação matricial (2.43) gera um primeiro valor ajustado para os parâmetros, que deverá ser usado como valor aproximado no próximo passo iterativo. O processo iterativo deverá ser interrompido, quando as correções aos valores dos parâmetros aproximados não forem significativas.

Conhecidos os valores dos parâmetros ajustados, pode-se fazer um controle de qualidade do ajustamento por meio de teste estatístico. O procedimento é similar ao mostrado com as expressões (2.8) e (2.9) até ao teste de hipóteses.

Qualquer que seja o resultado do teste, deve-se aplicar o método de Baarda, a este ajustamento e se houver observação para ser rejeitada, então que se elimine. Faz-se novo ajustamento gerando o modelo fotogramétrico analiticamente. Faz-se o controle de qualidade e aplica-se o método de Baarda novamente, até o momento em que não haja mais erros grosseiros.

2.5 AJUSTAMENTO DE UM BLOCO

2.5.1 INTRODUÇÃO

Quando se dispõe de observações superabundantes, obtidas da mensuração de grandezas físicas, direta ou indiretamente, e deseja-se conhecer os valores mais prováveis e únicos, consegue-se isto através de um conjunto de operações, denominado de ajustamento, segundo certos critérios pré-estabelecidos.

Dependendo destes critérios, ter-se-ão processos diferentes para o ajustamento de blocos fotogramétricos. O método a ser utilizado ao longo deste trabalho será o paramétrico, num ajustamento simultâneo onde as coordenadas de imagem, já foram depuradas dos erros sistemáticos e aquelas que tinham erros grosseiros já foram eliminadas. A utilização de tal método exige que previamente se calculem alguns parâmetros e se estimem outros. Com os parâmetros aproximados, calculam-se de forma rigorosa, as observações. Para cada valor observado ter-se-á uma equação de observação. O ajustamento, pelo método dos mínimos quadrados, dará as correções a inserir nos parâmetros aproximados. Assim, com o presente método, obtêm-se os parâmetros ajustados do bloco fotogramétrico. Com o auxílio da estatística, ainda, pode-se avaliar o grau de confiabilidade dos resultados, desde que seja conhecido ou avaliado o das observações. Parece oportuno salientar que a obtenção das correções requer a resolução de um sistema de equações normais de grande porte e esparso. Para o efeito vai-se recorrer ao método iterativo das sobre-relaxações. Tratando-se de um sistema de grande porte e verificando-se que o mesmo é esparso, vai-se recorrer ao armazenamento dos elementos não nulos das equações normais em um vetor.

Esta operação tem a finalidade de aumentar a capacidade de armazenamento computacional com vistas à resolução de sistemas de grande porte.

Os tópicos desenvolvidos ao longo do item 2.5 permitirão alcançar os valores mais prováveis dos parâmetros, compreendendo os elementos de orientação relativa de cada foto e as coordenadas tridimensionais num sistema Local dos pontos medidos, como também possibilitará avaliar a qualidade do ajustamento.

2.5.2 EQUAÇÕES DE OBSERVAÇÃO E DE INJUNÇÃO DE POSIÇÃO

Nesta seção, mostrar-se-ão as equações de observação e as equações de injunção de posição. As equações de observação são representadas pelas condições de colinearidade, enquanto que as injunções de posição são representadas pelas coordenadas de pontos de apoio planimétricos, altimétricos ou planialtimétricos referidos a um sistema Local.

2.5.2.1 EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO

A fotogrametria analítica, em termos gerais, pode ser considerada como a transformação matemática entre as coordenadas retangulares do espaço imagem e as coordenadas retangulares do espaço objeto. Esta transformação matemática pode ser expressa com a transformação de similaridade da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \cdot M \begin{pmatrix} X - X^c \\ Y - Y^c \\ Z - Z^c \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

onde

λ representa um fator de escala

(X^C, Y^C, Z^C) representam as coordenadas retangulares do centro
perspectivo da câmara no sistema do espaço objeto,

(X, Y, Z) representam as coordenadas retangulares de um ponto no
sistema do espaço objeto,

(x, y, z) representam as coordenadas retangulares de um ponto no
sistema do espaço imagem e,

M representa a matriz de rotação ortogonal do sistema imagem
com respeito ao sistema do espaço objeto.

Esta matriz de rotação tem nove elementos que, neste tra-
balho, são os seguintes:

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= \cos \phi \cos \kappa \\
 m_{12} &= \sin \omega \sin \phi \cos \kappa + \cos \omega \sin \kappa \\
 m_{13} &= \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \phi \cos \kappa \\
 m_{21} &= -\cos \phi \sin \kappa \\
 m_{22} &= \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \phi \sin \kappa \\
 m_{23} &= \cos \omega \sin \phi \sin \kappa + \sin \omega \cos \phi \\
 m_{31} &= \sin \phi \\
 m_{32} &= -\sin \omega \cos \phi \\
 m_{33} &= \cos \omega \cos \phi
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

onde

ω , ϕ e κ representam os ângulos de rotação do sistema imagem com respeito ao sistema do espaço objeto.

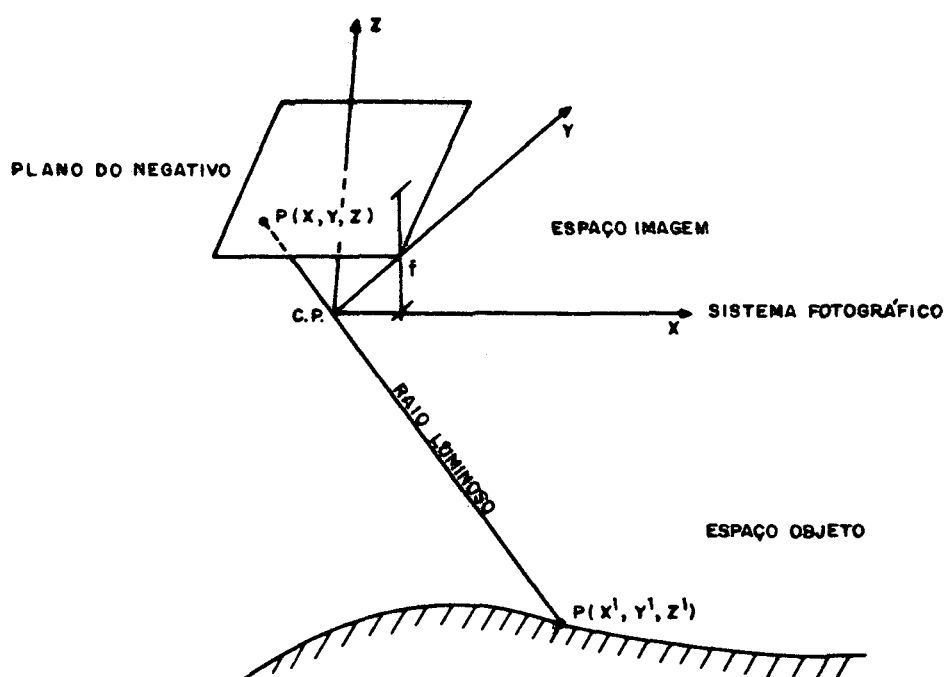


Fig. 4 - Mostra a condição de colinearidade.

Fonte Mitishita (1986)

Na transformação de similaridade representada pela expressão matricial (2.44) há três equações. Ao se dividir a primeira e a segunda pela terceira, fazendo as operações possíveis e considerando que a terceira coordenada do espaço imagem (z) é sempre constante e igual a f que representa a distância focal

calibrada ou a constante da câmara, obtém-se:

$$x = f \frac{m_{11}(X - X^c) + m_{12}(Y - Y^c) + m_{13}(Z - Z^c)}{m_{31}(X - X^c) + m_{32}(Y - Y^c) + m_{33}(Z - Z^c)} \quad (2.39)$$

$$y = f \frac{m_{21}(X - X^c) + m_{22}(Y - Y^c) + m_{23}(Z - Z^c)}{m_{31}(X - X^c) + m_{32}(Y - Y^c) + m_{33}(Z - Z^c)}$$

onde

f assumirá valores negativos para diapositivos e valores positivos para negativos.

Estas equações permitem transformar as coordenadas retangulares de um ponto do espaço objeto para as coordenadas do espaço imagem impondo a condição de colinearidade para o ponto do espaço imagem, o centro perspectivo da câmara e o ponto do espaço objeto.

Por outro lado, no primeiro membro destas equações, estão as coordenadas fotográficas observadas depuradas dos erros sistemáticos e aquelas que tinham erros grosseiros devem ser eliminadas. No segundo membro, f é tratada como constante, enquanto que todos os outros elementos são variáveis a determinar. Estas são as equações de observação deste trabalho. Cada ponto medido em uma fotografia aérea terá um par de equações de observação. Uma para a coordenada fotográfica x e a outra para a coordenada fotográfica y .

2.5.2.2 EQUAÇÃO DE INJUNÇÃO DE POSIÇÃO

No ajustamento de um bloco pelo método de feixe de raios, há sete graus de liberdade a saber: um proveniente do fator de escala, três das translações e três das rotações. Estes sete graus de liberdade podem ser levantados com a introdução de pontos de apoio que vão permitir a definição de um sistema de coordenadas.

Portanto, ao conjunto das equações de observação estabelecidas para os pontos do bloco, acrescentar-se-ão as injunções posicionais, que eliminam os sete graus de liberdade e consequentemente, removem a singularidade da matriz dos coeficientes das equações normais, ao se fixar as coordenadas locais dos pontos de apoio. Estas equações têm a seguinte forma

$$\begin{aligned} X_b - X_a &= v_i \\ Y_b - Y_a &= v_i \\ Z_b - Z_a &= v_i \end{aligned} \tag{2.46}$$

onde

(X_b, Y_b, Z_b) representam as coordenadas de um ponto genérico do espaço imagem no sistema Local conhecidas,

(X_a, Y_a, Z_a) representam as coordenadas de um ponto do espaço imagem no sistema local ajustadas e

v_i representam os resíduos de cada equação

com

$$i = 1, \dots, npa$$

onde

npa representa o número de pontos de apoio.

O estabelecimento de pontos de apoio no terreno é uma tarefa que exige pessoal qualificado para os levantamentos geodésicos. Estes levantamentos são demorados e de elevado custo, principalmente, se forem realizados em áreas inóspitas. Uma forma de se evitar tais dificuldades é colocar no avião, que faz o vôo para a tomada das fotos, um sistema de navegação inercial, como por exemplo, o Sistema Global de Posicionamento. Este sistema de navegação é constituído de uma antena e de um receptor de sinal dos satélites do Sistema que permite receber continuamente informações da posição e velocidade do avião possibilitando fazer o posicionamento instantâneo do centro perspectivo da câmara no momento da tomada das aerofotos. Schwarz et alii (1984) mostram que se pode fazer aerotriangulações sem apoio de campo sempre que os trabalhos se destinarem a mapeamento em escalas pequenas e médias. As equações de injunção que definem a posição da câmara no instante da tomada das aerofotos apresentam a seguinte forma:

$$x_b^c - x_a^c = v_i$$

$$y_b^c - y_a^c = v_i \quad (2.47)$$

$$z_b^c - z_a^c = v_i$$

onde

(X_b^c, Y_b^c, Z_b^c) representam as coordenadas do centro perspectivo da câmara no sistema Local conhecidas,

(X_a^c, Y_a^c, Z_a^c) representam as coordenadas do centro perspectivo da câmara no sistema Local ajustadas e

v_i representam os resíduos de cada equação

com

$$i = 1, \dots, ncp$$

onde

ncp representa o número de centros perspectivos da câmara.

2.5.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

De acordo com El-Hakim (1979), o ajustamento simultâneo de um bloco com feixe de raios, teoricamente, conduz à mais alta acurácia. Continua o mesmo autor afirmando que este método é baseado no ajustamento simultâneo pelo método dos mínimos quadrados de um feixe de raios a partir de todas as estações expostas para todos os pontos do espaço imagem, bem como a recuperação simultânea dos elementos de orientação de todas as fotos e o ajustamento dos pontos do espaço objeto.

Neste sentido, quando se dispõe de pontos do espaço imagem observados e pontos de apoio do espaço objeto que tenham sido observados no espaço imagem, poderão ser geradas equações de

observação e equações de injunção de posição.

Em cada foto, a experiência deste autor tem mostrado que o número mínimo de pontos observados é da ordem de 6. Como, cada ponto gera duas equações de observação, por foto, então o número de equações de observação pode ser expresso por

$$EO = \sum_{i=6}^n (2 \cdot i \cdot NF_i) \quad (2.48)$$

onde

NF_i representa o número de fotos com i pontos,

i representa o número de pontos em uma foto,

EO representa o número de equações de observação e

n representa o número máximo de pontos em uma foto.

No bloco vão existir pontos que irão definir as injunções de posição. Estes pontos poderão ser planimétricos, (horizontais), altimétricos (verticais) ou planialtimétricos. Os pontos altimétricos geram uma equação de injunção, os planimétricos geram duas equações de injunção e os planialtimétricos geram três equações de injunção. Assim, o número total de equações de injunção de posição será

$$EIP = NPV + 2NPH + 3NPHV \quad (2.49)$$

onde

NPV, NPH e NPHV representam o número total de pontos de apoio verticais, horizontais e planialtimétricos respectivamente.

O número total de equações num ajustamento simultâneo de um bloco será dado pela expressão

$$m = EO + EIP \quad (2.50)$$

Conforme já foi visto, a finalidade principal no ajustamento de um bloco fotogramétrico é a recuperação simultânea dos elementos de orientação de todas as fotos e as coordenadas do espaço objeto de pontos observados no espaço imagem. Como cada foto tem seis elementos de orientação (ω , ϕ , κ , X^C , Y^C , Z^C) e cada ponto um terno de coordenadas, então, o número total de parâmetros será

$$n = 6NF + 3NPT \quad (2.51)$$

onde

NF representa o número de fotos do bloco e

NPT representa o número de pontos diferentes no espaço objeto.

As equações de colinearidade, definidas pelas expressões (2.39), são do tipo de equações de observações, as quais conduzem a um ajustamento pelo método paramétrico, cujo modelo matemático foi definido pela expressão (2.4). A forma quadrática $V'PV$ quando minimizada conduz às equações normais definidas, agora, pela expressão matricial

$$(A'PA) X = A'PL$$

ou (2.52)

$$N X = U$$

onde

P representa uma matriz quadrada simétrica de ordem mxm, denominada de matriz dos pesos e abordada na seção 2.5.5.1,

$N = A'PA$ representa a matriz dos coeficientes das equações normais e

$U = A'PL$ representa um vetor coluna com n elementos que são os termos absolutos das equações normais.

Com a resolução deste sistema de equações normais, pode-se calcular os parâmetros ajustados com a expressão

$$X_a = X_o + X \quad (2.43)$$

onde

X_o representa um vetor coluna com n elementos que são os parâmetros aproximados do bloco fotogramétrico,

X representa um vetor coluna com n elementos que são as correções ou estimativas da solução do sistema e

X_a representa um vetor coluna com n elementos que são os parâmetros ajustados.

Como os valores dos parâmetros aproximados podem não ser bons e as equações de observação não são lineares, torna-se necessário a utilização de um processo iterativo no ajustamento com a finalidade de se obter valores mais prováveis das incógnitas. A equação matricial (2.43) gera um primeiro valor ajustado para os parâmetros, que devem ser usados como valores aproximados no próximo passo iterativo. O processo iterativo deverá ser interrompido quando os critérios de convergência (vide 3.3.3.4) forem atingidos.

2.5.4 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DAS EQUAÇÕES NORMAIS

A medida que um bloco fotogramétrico aumenta, o seu número de variáveis também. A solução de um sistema de equações, quando o mesmo tem poucas variáveis, pode ser uma tarefa extremamente fácil. Entretanto, se o bloco fotogramétrico tem um elevado número de variáveis, o que, geralmente, ocorre na prática, a operação de resolver o sistema de equações lineares poderá ultrapassar a capacidade de memória dos computadores disponíveis.

Para escolher o algoritmo mais apropriado com vistas à resolução do sistema de equações lineares muitas investigações têm sido feitas e vários trabalhos de valor têm-se obtido. Com o intuito de se mostrar mais uma metodologia pode-se recorrer a Young (1973), onde afirma que se o número de equações é muito grande e a matriz é esparsa, então, o uso de métodos iterativos parece ser muito mais preferível do que os métodos diretos. Com um método iterativo pode-se selecionar um valor inicial arbitrário X_0 para a solução verdadeira X da expressão matricial

$$N X = U \quad (2.52)$$

e determinar uma sequência

$$X \quad \text{com } i = 0, \dots, n \quad (2.53)$$

de acordo com algum algoritmo. Sob determinadas condições, a sequência (2.53) convergirá para todos os valores do vetor X .

Dos métodos iterativos para a resolução de sistemas de equações lineares e utilizados nas ciências geodésicas, pode-se citar os métodos de Gauss-Seidel, das sobre-relaxações e o dos gradientes conjugados, entre outros.

O método das sobre-relaxações, quando aplicado ao sistema definido pela equação matricial (2.52), pode ser expresso matematicamente pela expressão dada por Young (1973)

$$\begin{aligned} x_i^{(n+1)} = & \omega \left(\sum_{j=1}^{i-1} n_{i,j} x_j^{(n+1)} + \sum_{j=i+1}^k n_{i,j} x_j^{(n)} + u_i \right) + \\ & + (1 - \omega) x_i^{(n)} \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde

$x_i^{(n+1)}$ representa o elemento i do vetor X do $(n+1)$ passo iterativo

$n_{i,j}$ representa o elemento (i,j) da matriz N

u_i representa o elemento i do vetor U

ω representa um parâmetro real, conhecido como fator da

relaxação e

k representa o número de incógnitas do sistema.

Este fator da relaxação deve ser escolhido de modo a fazer a convergência do processo tão rápida quanto possível. Para $\omega = 1$ então tem-se o método iterativo Gauss-Seidel que é um caso particular do método das sobre-relaxações. Em Young (1973), pode-se verificar, por meio de teoremas, que ω não deve permanecer fora do intervalo

$$0 < \omega < 2$$

e, ainda, afirma que se ω estiver neste intervalo e se a matriz N for real e positiva definida, o método das sobre-relaxações convergirá sempre. Por outro lado, trabalhos realizados pelos pesquisadores Carlson & Haljala (1974) vieram a recomendar que para blocos estáveis com estrutura geométrica moderada, o valor de ω deve estar entre 1,8 e 1,9 ao passo que, para blocos fracos ω deve variar entre 1,9 e 1,94.

2.5.5 CONTROLE DE QUALIDADE

No ajustamento de blocos fotogramétricos, pode-se considerar dois tipos de modelos, a saber: o funcional e o aleatório.

Quanto ao modelo funcional, já se viu a sua forma com o estabelecimento das equações de observação e de injunção posicionais, as quais mostram as observações ajustadas como função das incógnitas ou parâmetros ajustados que, simbolicamente, re-

presenta-se por:

$$L_a = F(X_a) \quad (2.55)$$

Quanto ao modelo aleatório, por exemplo, Mikhail (1976) define-o como sendo a totalidade de suposições de propriedades estatísticas das variáveis envolvidas. Assim, pode-se estatisticamente analisar os resultados do ajustamento quando se utiliza o modelo aleatório de forma não tendenciosa e, então aceitar ou melhorar:

- a) o modelo matemático,
- b) as observações grosseiras e
- c) a compatibilidade das variâncias das observações com a precisão requerida nos resultados.

2.5.5.1 MATRIZ DOS PESOS

De acordo com Mikhail (1976), a matriz dos pesos pode-se obter com o auxílio da expressão seguinte:

$$P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} \quad (2.56)$$

onde

σ_0^2 representa uma constante arbitrária sem dimensão física chamada de variância de referência ou da unidade de peso a priori,

P representa a matriz dos pesos das observações e das injunções de posição que tem Σ como matriz variância covariância e o índice -1, quer dizer que se trata da inversa da matriz supondo-a quadrada com elementos significativos em sua diagonal principal e não singular.

2.5.5.2 VARIÂNCIA DA UNIDADE DE PESO A POSTERIORI

A variância da unidade de peso a posteriori, $\hat{\sigma}_0^2$, pode ser calculada a partir dos resíduos e da matriz dos pesos das observações, de acordo com Mikhail (1976) da seguinte forma

$$\hat{\sigma}_0^2 = V'PV / (m - n) \quad (2.57)$$

onde

m representa o número de equações do ajustamento e

n representa o número de incógnitas ou de parâmetros.

Às vezes, pode haver dificuldades no cálculo dos resíduos, por problemas de ordem computacional, então, a variância da unidade de peso a posteriori pode ser calculada desta outra forma

$$\hat{\sigma}_0^2 = (L'PL + X'U) / (m - n) \quad (2.58)$$

O numerador das expressões (2.57) ou (2.58) é de importância fundamental em qualquer ajustamento e por isto, deve ser feito um teste de hipóteses bilateral com as seguintes hipóte-

ses

$$H_0: \hat{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2$$

(2.59)

$$H_1: \hat{\sigma}_0^2 \neq \sigma_0^2$$

usando-se a estatística qui-quadrado de acordo com a seguinte desigualdade

$$\chi_{\alpha/2}^2 < (m - n) \hat{\sigma}_0^2 / \sigma_0^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2 \quad (2.60)$$

sendo que, na hipótese nula (H_0), se aceita a igualdade de variâncias da unidade de peso a priori e a posteriori quando a desigualdade (2.60) se verifica a um nível α de significância. Quando a desigualdade não se verificar, a este determinado nível α de significância, então, existirá a hipótese alternativa, na qual a desigualdade das variâncias da unidade de peso são significativas e, assim, o ajustamento deve ter:

- a) problemas com o modelo matemático,
- b) observações grosseiras e
- c) incompatibilidade das variâncias das observações com a precisão requerida para os resultados.

Assim, a aceitação da hipótese alternativa alerta o fotogrametrista para a necessidade de pesquisar as causas que provocam tal situação a fim de procurar solucioná-los.

O valor da distribuição qui-quadrado encontra-se tabelado em qualquer obra de estatística. Os seus argumentos de entrada são os níveis de significância e os graus de liberdade. Isto pode trazer inconvenientes em termos computacionais visto que, torna-se necessário armazenar uma grande quantidade de dados para a execução de um teste de hipóteses, via computador, usando-se a distribuição qui-quadrado. Para contornar tal situação pode-se recorrer a uma demonstração, que existe em estatística, a qual diz que para um número de graus de liberdade grande, entendendo-se grande como maior do que 30, pode-se mostrar que

$$(2 \chi^2)^{1/2} - (2v - 1)^{1/2} \quad (2.61)$$

tem distribuição muito aproximadamente normal com média zero e variância um, então

$$Z_{\alpha/2} = (2 \chi_{\alpha/2}^2)^{1/2} - (2v - 1)^{1/2} \quad (2.62)$$

onde

$Z_{\alpha/2}$ representa o valor da distribuição normal para o nível de significância α .

Fazendo as operações possíveis, pode-se calcular o valor da distribuição qui-quadrado com a expressão

$$\chi_{\alpha/2}^2 = \frac{1}{2} [Z_{\alpha/2} + (2v - 1)^{1/2}]^2 \quad (2.63)$$

Desta forma, em um programa computacional, que faça um ajustamento e, que depois, seja preciso fazer um teste de hipóteses bilateral com a distribuição qui-quadrado a um determina-

do nível de significância α e v graus de liberdade, basta que se forneça o valor da distribuição normal para este nível de significância. Os graus de liberdade o computador calculará para cada caso.

3 AEROTRIANGULAÇÃO DE BLOCOS EM MICRO OU MINICOMPUTADORES

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados dos blocos aerotriangulados. Para tanto, criaram-se várias situações e foram analisados os seus resultados à luz do exposto nos capítulos anteriores. Ainda, espera-se que a eficiência da metodologia proposta fique demonstrada.

3.2 DADOS UTILIZADOS

O primeiro conjunto de dados refere-se a um bloco com doze aerofotos na escala 1:12.000, provenientes de um voo realizado, em 18/11/86 pela empresa AERODATA S. A., sobre um campo de testes com vistas a calibrar uma câmara aerofotogramétrica de marca Wild RC10 15/23, com distância focal nominal 151,67 mm. Junto com os dados, foi fornecido o certificado de calibração da câmara.

Este bloco tem as 12 aerofotos distribuídas em quatro faixas. Cada faixa tem três aerofotos. Estas faixas foram voadas nos sentidos Oeste Leste, Sul Norte, Norte Sul e Leste Oeste. A sobreposição longitudinal de cada faixa está no entorno de 80%

No campo de teste, há 38 alvos que nas 12 aerofotos, geraram 370 pontos imagem. Uma amostra deste conjunto de dados po-

de ser vista no anexo 1.

O segundo conjunto de dados foi gerado de forma aleatória por um programa computacioanl em linguagem FORTRAN IV. Este programa calcula as coordenadas dos espaço imagem com erros acidentais para blocos, desde que se forneça as coordenadas do espaço objeto dos pontos e os elementos de orientação exterior das estações de exposição, bem como a precisão que se deseja nas coordenadas do espaço imagem. O programa dispõe de uma subrotina que permite o cálculo e correção da refração fotogramétrica sempre que se desejar.

Com este programa gerou-se um bloco fotogramétrico com 49 aerofotos, na escala aproximada de 1:10.000, distribuídas em 7 faixas, contendo 7 aerofotos cada faixa. Este bloco foi gerado de modo que a sobreposição longitudinal fosse de 60% e a lateral de 30%. A constante da câmara admitiu-se como sendo de 153mm. Os erros acidentais gerados nas coordenadas do espaço imagem foram consequência de uma precisão arbitrada em 5 micra. Nas fotos de início e fim de faixa, foram gerados 8 pontos. Nas restantes, há 12 pontos por aerofoto. Uma amostra dos dados referente a esse bloco encontra-se no anexo 2.

3.3 SISTEMA DE PROGRAMAS

Para testar a metodologia aqui desenvolvida houve necessidade de se fazer um sistema de programas computacionais. Estes programas foram escritos na linguagem FORTRAN IV, pelo autor. Os mesmos foram instalados em um microcomputador XT com 640 K bytes de memória RAM (Random-Access Memory), dois acionadores de disquete, um disco rígido com capacidade para 20 M bytes e um coproo

cessador aritmético 8087/2. Os programas fontes foram compilados com um compilador da Microsoft versão 4.0. Este microcomputador, compatível com a linha IBM, que se encontra no Laboratório de Informática do Departamento de Geodésia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pode-se imolar e funcionar como um terminal de um minicomputador denominado Sistema Cobra 1.400, que se encontra no Instituto de Física da mesma Universidade. Este minicomputador dispõe de uma memória virtual de 8 Mb e uma capacidade total de 512 Mb.

Este sistema de programas é constituído de três programas que em essência, fazem o seguinte:

- a) corrigem os erros sistemáticos,
- b) detectam e localizam erros grosseiros e
- c) fazem o ajustamento do bloco.

3.3.1 CORREÇÃO DOS ERROS SISTEMÁTICOS

Foi desenvolvido um programa que faz a correção dos erros sistemáticos das coordenadas observadas de um bloco fotogramétrico. Este programa está em linguagem FORTRAN IV.

Conforme foi visto, os erros sistemáticos apresentados neste trabalho foram:

- a) deformação do filme,
- b) translação do ponto principal,

- c) distorções das lentes e
- d) refração fotogramétrica.

Para se fazer a correção dos erros sistemáticos da translação do ponto principal e das distorções das lentes torna-se necessário conhecer as coordenadas do ponto principal, os coeficientes da distorção radial simétrica e os coeficientes da distorção descentrada. Isto, só é possível, quando se tem o certificado de calibração da câmara. Entretanto, quando não se possui este certificado, o programa está em condições de corrigir apenas os erros sistemáticos da deformação do filme e da refração fotogramétrica. A distância focal da câmara a ser utilizada será a nominal ao invés da calibrada. O programa calcula, também, a matriz variância covariância das coordenadas fotográficas.

3.3.2 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS

A detecção e localização de erros grosseiros foram executadas por um programa que foi desenvolvido em linguagem FORTRAN IV. A entrada inicial dos dados deste programa foi um conjunto de informações tais como: o número de faixas do bloco fotogramétrico, constante da câmara, critério de convergência para os ângulos eulerianos e peso das observações. Além destes elementos, foram informados o número de observações, de parâmetros, de pontos do espaço objeto, de injunções iniciais, máximo de iterações e o de fotos na faixa. Após a informação destes dados iniciais, foram fornecidos os elementos de orientação exterior da câmara esquerda e da direita, seguindo então, o valor dos parâmetros aproximados iniciais, as observações e as injunções iniciais quando houver.

Com estes dados, o programa processou segundo a metodologia desenvolvida no ítem 2.4.2. Os resultados foram armazenados num arquivo onde se encontram a variância da unidade de peso a posteriori do ajustamento, os elementos das diagonais principais das matrizes Q e R, os resíduos simples, os resíduos padronizados e os parâmetros dos pontos do espaço objeto.

A interpretação dos resultados provenientes deste programa requer a presença de um especialista para à luz da teoria, formar juízos de valor e tomar as decisões que julgar mais convenientes.

3.3.3 EXECUÇÃO DA AEROTRIANGULAÇÃO

A aerotriangulação foi executada por um programa que, a exemplo dos outros foi desenvolvido em linguagem FORTRAN IV, pelo autor. A entrada inicial de dados deste programa foi um conjunto de informações referentes ao bloco, como número total de fotos, distância focal da câmara, constantes que definam os critérios de convergência, número de pontos, número de observações, número de pontos de apoio e o número de fotos com 6 ou mais pontos.

A entrada seguinte foi as coordenadas dos centros perspectivos da foto inicial e final de cada faixa e altitude média de vôo. Estes dados tiveram por finalidade o cálculo dos valores aproximados dos parâmetros.

A seguir, o programa leu um par de observações (x,y) e os seus pesos, gerando as derivadas parciais, os elementos não

nulos dos coeficientes das equações normais e os seus termos in dependentes.

Não havendo mais observações, o programa fez o ajustamento, resolvendo o sistema de equações normais, e de forma iterativa, obtendo as correções a inserir nos parâmetros aproximados.

Verificou se o ajustamento atingiu os critérios de convergência. Caso contrário, voltou a ler as observações e os parâmetros ajustados funcionaram como parâmetros aproximados. Quando os critérios de convergência foram atingidos, então, o programa calculou a variância da unidade de peso a posteriori e testou com a distribuição qui-quadrado. Por fim, imprimiu os parâmetros ajustados e o resultado do teste bilateral com a distribuição qui-quadrado.

3.3.3.1 VALOR APROXIMADO DOS PARÂMETROS

No ajustamento de um bloco por feixe de raios, conforme já foi visto, tem-se os seguintes tipos de parâmetros:

- a) três ângulo eulerianos (ω , ϕ , κ) para cada foto,
- b) um terno de coordenadas (X^C , Y^C , Z^C) para cada foto e
- c) um terno de coordenadas (X , Y , Z ,) para cada ponto do espaço objeto.

A questão está em se saber como o programa gerou os valores aproximados dos parâmetros. Como dados iniciais, deu-se as coordenadas aproximadas dos centros perspectivos das fotos ini-

cial e final de cada faixa. Estes valores foram obtidos com o auxílio de uma carta da região sobrevoada. Deu-se também, o número de fotos que a faixa tinha.

Quanto aos ângulos eulerianos ω e ϕ arbitrou-se o valor zero para todas as fotos. O ângulo κ foi calculado com a seguinte expressão

$$\kappa = \text{arc tg} [(Y_u^c - Y_1^c) / (X_u^c - X_1^c)] \quad (3.1)$$

onde

X_1^c e Y_1^c representam as coordenadas planimétricas do centro perspectivo da primeira foto de uma faixa e

X_u^c e Y_u^c representam as coordenadas planimétricas do centro perspectivo da última foto da mesma faixa.

Os ternos das coordenadas (X_i^c , Y_i^c , Z_i^c) dos centros perspectivos das fotos intermediárias em cada faixa foram determinados fazendo-se uso das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \Delta X &= (X_u^c - X_1^c) / (NF - 1) \\ \Delta Y &= (Y_u^c - Y_1^c) / (NF - 1) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\Delta Z = (Z_u^c - Z_1^c) / (NF - 1)$$

$$X_i^c = X_1^c + (i - 1) \Delta X$$

$$Y_i^c = Y_1^c + (i - 1) \Delta Y \quad (3.3)$$

$$Z_i^C = Z_1^C + (i - 1) \Delta Z$$

com

$$i = 1, \dots, (NF - 1)$$

onde

NF representa o número total de fotos na faixa

Os ternos de coordenadas (X, Y, Z) dos pontos do espaço objeto foram obtidos da seguinte forma

$$X = X^C + (x H / f) \cos \kappa - (y H / f) \sin \kappa$$

$$Y = Y^C + (x H / f) \sin \kappa + (y H / f) \cos \kappa \quad (3.4)$$

$$Z = (1 / n) \sum_{i=1}^n Z_i$$

onde

H representa a altura média do vôo,

Z_i representa a cota do i-ésimo ponto de apoio,

n representa o número total de pontos de apoio com cota e

Z representa a cota média dos pontos de apoio

3.3.3.2 ABORDAGEM DA MATRIZ A

O primeiro conjunto de dados descritos no ítem 3.2 teve 370 pontos imagem. Como para cada ponto imagem teve-se duas equações de observação, então, neste bloco de 12 aerofotos houve 740 equações de observação. Por outro lado, os parâmetros de orientação foram

$$6 \times 12 = 72$$

e os parâmetros dos alvos existentes no espaço objeto foram

$$3 \times 38 = 114$$

o que resultou um total de parâmetros equivalente a

$$n = 72 + 114 = 186.$$

Desta forma, a matriz A de ordem 740 x 186 teve 137.640 elementos. Como o programa para fazer a aerotriangulação foi desenvolvido em precisão dupla ocupando 8 bytes em cada variável real, então, a matriz A, para este bloco fotogramétrico de uma dúzia de aerofotos, necessitaria de 1.101.120 bytes. Por exemplo, num microcomputador, de 640 K bytes de memória RAM, este bloco com 12 aerofotos não teria condições de ser aerotriangulado por falta de espaço físico na memória.

Para contornar esta situação, porque seria inviável trabalhar com microcomputadores para o ajustamento de blocos fotogramétricos pelo método de feixe de raios, resolveu-se utilizar os elementos de uma linha da matriz A em um vetor. Este vetor tem apenas 9 elementos. Cada elemento representa uma derivada parcial da equação de observação em relação aos parâmetros. Es-

tes nove parâmetros foram: os seis elementos de orientação exterior e as três coordenadas do ponto do espaço objeto a que se refere a observação que gerou a equação. Os elementos deste vetor foram acumulados nos elementos não nulos da matriz N .

Então, o programa leu a observação e sua precisão, gerou as derivadas parciais em relação aos parâmetros e acumulou nos elementos não nulos da matriz N e nos elementos do vetor U . O programa executou estas operações enquanto havia observações.

3.3.3.3 ABORDAGEM DA MATRIZ N

A matriz N , cujos elementos representam os coeficientes das equações normais, é uma matriz quadrada e simétrica. A sua dimensão é igual ao número de parâmetros do sistema.

A fig. 5 mostra o padrão da matriz N de um bloco apresentado como exemplo em Brown (1988) com 5 faixas e cada faixa com quatro fotos.

Esta matriz N , pode ser dividida em quatro sub-matrizes as quais serão designadas por N_{11} , N_{12} , N_{21} e N_{22} .

As sub-matrizes N_{11} e N_{22} são formadas por blocos diagonais. A sub-matriz N_{11} tem blocos de ordem 6×6 e cada bloco compreende os elementos não nulos referentes à sextupla de parâmetros de cada aerofoto que definem a orientação exterior. Portanto, este bloco exemplo que tem 20 aerofotos, apresenta vinte blocos com 6×6 elementos não nulos.

A sub-matriz N_{22} tem blocos de ordem 3×3 e cada bloco representa os elementos não nulos referentes ao terno de coorde

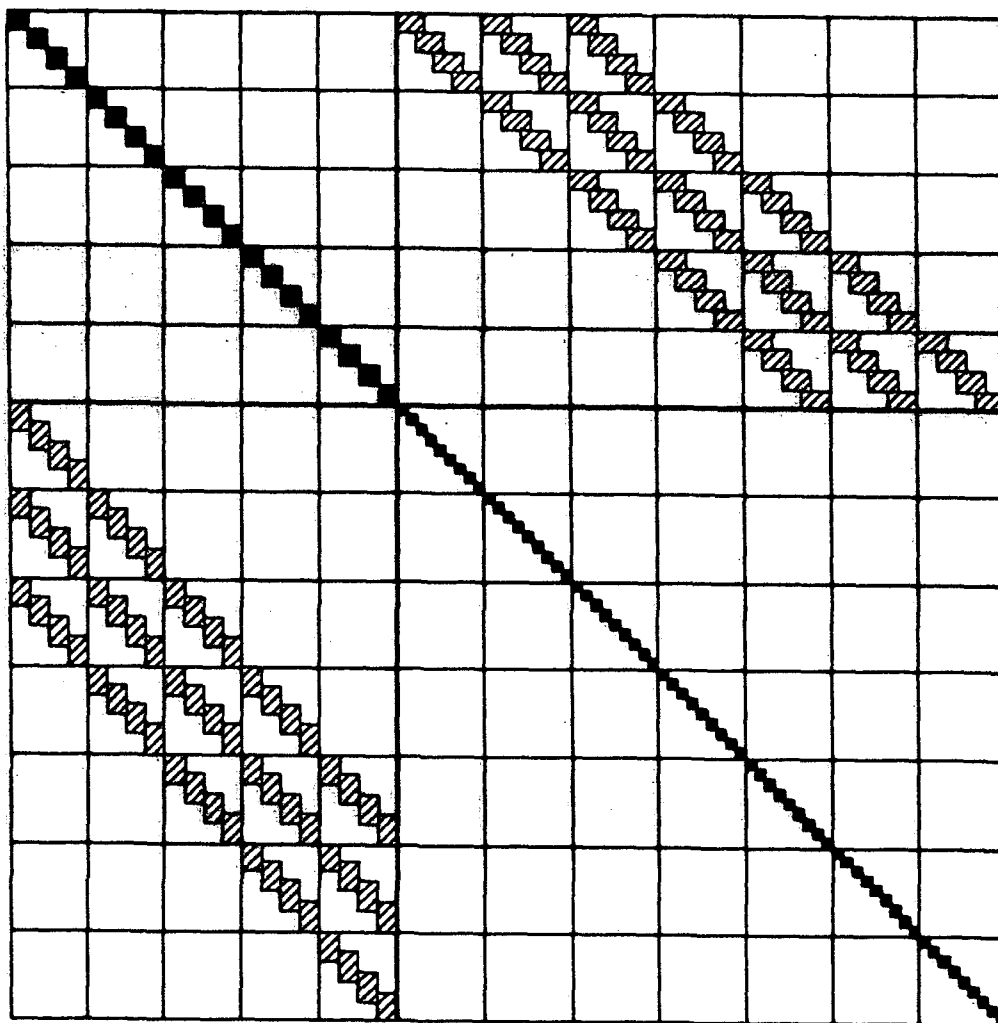


Fig. 5 - Padrão da matriz N. Fonte Brown (1977)

nadas de um ponto no espaço objeto. Assim, havendo 63 pontos para aerotriangular neste bloco, haverá 63 blocos com 3×3 elementos não nulos.

Na sub-matriz N_{12} , os elementos não nulos geram uma diagonal bandada. Nesta diagonal, podem ficar caracterizados blocos com 6 x 3 elementos não nulos que são o resultado do cruzamento das derivadas parciais em relação aos parâmetros de orientação exterior de uma foto com as derivadas parciais em relação ao terno de coordenadas de um ponto observado nesta foto.

Como a matriz N é quadrada e simétrica então

$$N_{12} = N'_{21}$$

Para se poder trabalhar em um microcomputador com 640 K bytes de memória RAM, não se poderá armazenar todos os elementos da matriz N . A exemplo do que foi feito com a matriz A , a matriz N será armazenada, usando-se para efeito, somente, os seus elementos não nulos. Como a matriz N é simétrica, então pode-se explorar esta particularidade.

Desta forma, a sub-matriz N_{11} tem blocos diagonais com 6 x 6 elementos não nulos em cada bloco. Dos 36 elementos serão armazenados, somente, 21 elementos para cada foto. A sub-matriz N_{22} tem blocos diagonais com 3 x 3 elementos não nulos em cada bloco. Dos 9 elementos, serão armazenados somente seis elementos para cada ponto. Os elementos não nulos na matriz N_{12} , que tem blocos 6x3, serão armazenados na íntegra. Entretanto, os elementos da sub-matriz N_{21} não precisam ser armazenados.

Para se saber quantos elementos não nulos há em uma matriz N , em sua triangular superior ou inferior, incluindo a

diagonal principal, e com o padrão idêntico ao apresentado na fig. 5, pode-se calcular com a expressão seguinte

$$ENN = 21 NF + 6 NPO + 18 NPI \quad (3.5)$$

onde

NF representa o número de fotos no bloco,

NPO representa o número de pontos no espaço objeto,

NPI representa o número de pontos no espaço imagem e

ENN representa os elementos não nulos.

Assim, o bloco aerofotogramétrico usado neste trabalho que tem 49 aerofotos, 154 pontos objeto e 532 pontos imagem tem os seguintes elementos não nulos com a aplicação da expressão (3.5)

$$ENN = 21 \times 49 + 6 \times 154 + 18 \times 532 = 11.529$$

Com a aplicação da expressão (2.51), este bloco tem o seguinte número de parâmetros

$$n = 6 \times 49 + 3 \times 154 = 756$$

este número de parâmetros gera na matriz N 571.536 elementos. Como o programa da aerotriangulação se encontra em precisão dupla, esta matriz N ocuparia 4.572.288 bytes. Impossível, do pro

grama rodar visto que, no microcomputador disponível, o espaço físico de memória RAM é menor. Entretanto, os elementos não nulos da matriz N , armazenados em um vetor, ocupam, apenas 92.232 bytes. Talvez seja oportuno salientar que 640 K bytes representam 655.360 bytes, pois 1 K byte tem 1.024 bytes.

Ao se armazenar os elementos não nulos de uma matriz N de uma forma sequencial em um vetor, à medida que as derivadas parciais vão efetuando o produto $A'PA$, linha a linha e acumulando, torna-se fundamental, em qualquer instante poder recuperar um elemento não nulo e saber o seu endereço na matriz N . Por outro lado, enquanto se está resolvendo, de forma iterativa, o sistema de equações normais, torna-se necessário saber a que linha e a que coluna da matriz N este elemento pertence, visto que é preciso conhecer-se qual é a equação e qual o parâmetro que está sendo resolvido.

Trabalhos como os de Kok (1979), Stark (1982) e Steidler (1981), entre outros, apresentam os procedimentos utilizados para armazenar os elementos não nulos de uma matriz esparsa em um vetor com aplicações nas ciências geodésicas e fotogramétricas. Em Tewarson (1973), pode-se encontrar quatro técnicas para armazenar os elementos não nulos de uma matriz esparsa em um vetor. Destes quatro métodos, um é bom para a geração do vetor que teria os elementos não nulos à medida que as derivadas parciais referentes a cada observação e seus respectivos pesos iam acumulando nos elementos das equações normais; entretanto, para a resolução do sistema de equações normais, por um processo iterativo, um outro método era necessário. Por esta razão, houve necessidade de combinar estes dois métodos apresentados por Tewarson (1973), resultando em uma nova forma para o armazenamento dos elementos não nulos de uma matriz esparsa em um vetor.

Nesta combinação de métodos, a informação de uma matriz esparsa deve ser armazenada em três vetores da seguinte forma:

- a) o vetor VE conterá os valores dos elementos não nulos;
- b) o vetor LD conterá os inteiros que definem a posição dos elementos não nulos na matriz esparsa e
- c) o vetor LY conterá os inteiros que definem o número das colunas dos últimos elementos não nulos para cada linha da matriz esparsa.

O vetor LD tem o mesmo número de elementos do vetor VE. Seus elementos foram inteiros gerados, como função do número da linha e da coluna referente ao elemento não nulo por meio da expressão

$$\lambda(i,j) = j + (i - 1) n \quad (3.6)$$

onde

i representa a linha

j representa a coluna e

n representa a dimensão da matriz.

Quando se conhecer o elemento do vetor LD e se desejar saber qual a linha e a coluna a que pertence o elemento respectivo do vetor VE, basta que se aplique as seguintes expressões:

j é o menor inteiro $> \lambda(i,j) / n$

(3.7)

$i = \lambda(i,j) - (j - i) n$

Uma matriz, por exemplo, de ordem 5 e com 7 elementos não nulos tem o seu armazenamento feito da seguinte forma:

$VE = (a_{12}, a_{22}, a_{23}, a_{33}, a_{44}, a_{45}, a_{55})$

$LD = (2, 7, 8, 13, 19, 20, 25)$

$LY = (2, 3, 3, 5, 5)$

3.3.3.4 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

Para resolver o sistema de equações normais foi utilizado o método iterativo da sobre-relaxação. No ajustamento do bloco aerofotogramétrico, foi usado o método paramétrico. Entretanto, com a finalidade de se obter valores mais prováveis das incógnitas e por as equações de observação não serem lineares, nem os parâmetros aproximados, às vezes, não serem bons, optou-se por um processo iterativo no método paramétrico. A respeito disto, Schut (1980) afirma que, se os parâmetros aproximados forem valores bons, basta apenas um passo iterativo no ajustamento. Por outro lado, quando os parâmetros aproximados não forem bons, como regra geral, três passos iterativos são necessários.

Na metodologia desenvolvida ao longo deste trabalho, aplicou-se um processo iterativo, resolução do sistema de equa-

ções normais, inserido em outro processo iterativo, o do método paramétrico. Então, tornou-se necessário estabelecer critérios de convergência que fizessem terminar os processos iterativos durante o processamento dos programas computacionais.

Os diferentes tipos de critérios de convergência, apresentados por Mikhail (1976), e as experiências feitas por El-Hakim (1979), no programa GEBAT, conduziram ao estabelecimento de vários tipos de critérios neste trabalho.

No processo iterativo da resolução do sistema de equações, houve dois níveis de critérios de convergência:

- a) um inserido no programa da aerotriangulação que interrompe o processamento quando o número de iterações ultrapassar o triplo do número de parâmetros;
- b) o outro pode ser estabelecido pelo usuário, para o qual se recomenda 0,0001 rd para as correções dos ângulos eulerianos e 0,005 m para as correções das coordenadas dos pontos do espaço objeto, que foi usado com sucesso para as experiências efetuadas.

No processo iterativo do ajustamento, usou-se o mesmo do programa GEBAT que termina o processo iterativo quando as correções às coordenadas ajustadas dos pontos do espaço objeto for menor do que 10% do erro médio quadrático das observações, considerando a escala em relação ao espaço objeto. Assim, este critério de convergência pode ser expresso pela fórmula

$$CV = 0,10 \text{ EMQ} / 1.000.000 \times H / f \quad (3.8)$$

onde

CV representa o critério de convergência expresso em metros,

EMQ representa o erro médio quadrático das observações,

H representa a altitude média de vôo expresso em metros,

f representa a distância focal da câmara expressa em metros e

1.000.000 representa uma constante que transforma a dimensão mi
cra do EMQ para metros.

3.4 TESTES EFETUADOS

3.4.1 CORRIGINDO ERROS SISTEMÁTICOS

Com todos os dados do campo de teste, abordados no item 3.2 dos quais uma amostra se encontra no anexo 1, foi feita a aerotriangulação segundo o procedimento metodológico deste trabalho. Este procedimento, consistiu em fazer um pré-refinamento dos erros sistemáticos, detectar e localizar erros grosseiros e ajustar o bloco fotogramétrico.

Uma amostra dos resultados obtidos deste bloco fotogramétrico com a correção dos erros sistemáticos da deformação do filme, da translação do ponto principal, das distorções radial simétrica e descentrada das lentes e da refração fotogramétrica encontra-se no anexo 3.

3.4.2 DETECTANDO E ELIMINANDO ERROS GROSSEIROS

Para a detecção de erros grosseiros usou-se a metodologia descrita no item 2.4.2. Os dados utilizados para esta investigação foram as observações das aerofotos 3, 4 e 5 do bloco gerado de forma aleatória, os quais são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 - Fotocoordenadas das aerofotos 3, 4 e 5

Ponto	Foto 3		Foto 4		Foto 5	
	x	y	x	y	x	y
3	-0,493	78,666	-90,263	80,032		
4	89,007	78,398	-0,346	80,493	-89,042	79,465
5			89,807	80,957	0,509	79,713
10	-0,602	25,677	-90,009	26,768		
11	89,148	25,467	-0,135	27,160	-89,133	26,456
12			89,977	27,552	0,501	26,527
17	-0,711	-27,708	-89,757	-26,546		
18	89,294	-27,862	0,076	-26,223	-89,228	-26,751
19			90,147	-25,902	0,490	-26,857
24	-0,820	-81,297	-89,505	-79,711		
25	89,437	-81,392	0,289	-79,459	-89,320	-79,958
26			90,317	-79,208	0,479	-80,241

Estas observações foram ajustadas sem injunções posicionais, usando-se, para este fim, a pseudo-inversa. Na tabela 2, encontram-se as coordenadas plani-altimétricas dos pontos observados e a variância da unidade de peso a posteriori (VUPP).

Os pontos 4, 11, 18 e 25 são visíveis nas aerofotos 3, 4 e 5. As coordenadas plani-altimétricas obtidas com o modelo

Tabela 2 - Coordenadas plani-altimétricas com
ajustamento livre

Ponto	Aerofotos 3 e 4			Aerofotos 4 e 5		
	X	Y	Z	X	Y	Z
3	21795,05	20790,24	177,03			
4	22695,10	20788,42	175,34	22695,11	20788,36	175,46
5				23595,10	20786,50	173,85
10	21793,97	20257,22	181,31			
11	22694,02	20255,40	179,64	22694,02	20255,38	179,72
12				23594,04	20253,53	178,08
17	21792,90	19723,22	185,66			
18	22692,93	19721,39	184,02	22692,93	19721,39	184,04
19				23592,95	19719,54	182,41
24	21791,03	19190,21	189,99			
25	22691,87	19188,35	188,28	22691,87	19188,40	188,38
26				23591,86	19186,56	186,74
VUPP = 0,013258				VUPP = 0,0020		

fotogramétrico gerado com as aerofotos 3 e 4, destes pontos foram comparadas com as coordenadas obtidas com o modelo formado pelas aerofotos 4 e 5. Com este procedimento, de comparação de coordenadas de pontos do espaço objeto gerado em modelos adjacentes, pôde-se verificar se as discrepâncias entre as coordenadas obtidas com dois modelos adjacentes não diferiam mais que

$$3 \text{ EMQ} / 1.000.000 \times H / f \quad (3.9)$$

Em seguida, gerou-se um erro de 60 micra na observação y da aerofoto 3 referente ao ponto 18 e fez-se o ajustamento com as observações das aerofotos 3, 4 e 5, conforme os preceitos do item 2.4.2. Os resultados deste ajustamento encontram-se no anexo

xo 4. Nestes valores para três graus de liberdade, a variância da unidade de peso a posteriori foi rejeitada ao nível de 1% de significância. A observação que estava eivada do erro de 60 micra, apresentou o maior resíduo padronizado entre todas as observações, o qual pôde ser rejeitado ao nível de 10% de significância. Detectou-se um outro resíduo padronizado grande, muito próximo do valor do rejeitado e de sinal contrário, que era o resíduo da coordenada y do espaço imagem da foto 4 do mesmo ponto do espaço objeto. As coordenadas do espaço objeto que eram comuns aos dois modelos, sofreram diferenças significativas nas coordenadas Y e Z se comparadas com o valor da expressão (3.9).

Continuando com as experiências, considerou-se os dados iniciais e gerou-se um erro de 60 micra na observação x da aerofoto 3 referente ao ponto 18, originando os valores do anexo 5. Nestes valores para três graus de liberdade, a variância da unidade de peso a posteriori não foi grande. A observação que estava eivada do erro de 60 micra, não apresentou o maior resíduo padronizado se comparado aos outros resíduos padronizados. Vários resíduos padronizados foram altos, mas o maior deles, referente à observação x do ponto 24 da aerofoto 4, não foi eivado de erro grosseiro. Analisando as coordenadas do espaço objeto dos pontos comuns aos dois modelos fotogramétricos verificou-se que a coordenada Z do ponto 18 apresentou uma diferença de 1,05m. Este ponto foi o que se encontrava eivado de 60 micra na sua observação x do espaço imagem da foto 3. Como os resíduos padronizados do modelo gerado pelas fotos 4 e 5 não puderam ser rejeitados por estarem dentro de níveis de significância aceitáveis, então, o erro só poderia estar na coordenada x da foto 3. Nesta experiência, constatou-se que o método de Baarda não funcionou para detectar e localizar erros grosseiros na coordenada x de pontos do espaço imagem. Isto deveu-se à existência da paralaxe horizontal, onde o erro foi camuflado e absorvido pela

coordenada Z do espaço objeto na formação do modelo.

Outra experiência realizada foi provocar nos dados iniciais erros de 60 micra nas coordenadas x e y da foto 3, referente ao ponto 18 originando os valores do anexo 6. Nestes valores para 3 graus de liberdade, a variância da unidade de peso a posteriori foi rejeitada ao nível de 1% de significância. Os resíduos padronizados maiores foram os referentes às coordenadas y do ponto 18 nas fotos 3 e 4, os quais puderam ser rejeitados ao nível de 10% de significância. No modelo fotogramétrico gerado pelas fotos 4 e 5 não acusou a ocorrência de erro grosseiro nas observações dos pontos imagem, então o erro na observação y só poderia ser o da foto 3. Detectando este erro grosseiro, o mesmo foi eliminado e a localização do erro em x se fez conforme procedimento mostrado no parágrafo anterior.

Neste instante, já se tem uma idéia do procedimento para detectar e localizar erros grosseiros nas coordenadas x e y dos pontos imagem. Para a coordenada x, a metodologia só funciona para pontos que apareçam pelo menos em três fotos. Como o efeito da paralaxe horizontal fez o erro grosseiro ser absorvido pela coordenada Z do espaço objeto na formação do modelo, então se usou a mesma metodologia, mas impondo injunções altimétricas. Os dados utilizados para esta investigação continuaram sendo os mesmos, isto é, foram usados os valores da tabela 1, colocando como injunções altimétricas os pontos 4 e 25 para ambos modelos.

Na tabela 3, podem ser vistas as coordenadas plani-altimétricas dos pontos observados isentos de erros grosseiros e a variância da unidade de peso a posteriori do ajustamento realizado.

Tabela 3 - Coordenadas plani-altimétricas com
injunções altimétricas

Ponto	Aerofotos 3 e 4			Aerofotos 4 e 5		
	X	Y	Z	X	Y	Z
3	21795,05	20790,22	177,09			
4	22695,07	20788,38	175,40	22695,07	20788,38	175,40
5				23595,10	20786,52	173,78
10	21793,97	20257,21	181,37			
11	22693,99	20255,39	179,69	22693,99	20255,39	179,67
12				23594,03	20253,54	178,02
17	21792,90	19723,22	185,72			
18	22692,90	19721,40	184,07	22692,90	19721,37	183,99
19				23592,94	19719,54	182,35
24	21791,83	19190,24	190,05			
25	22691,84	19188,38	188,33	22691,84	19188,39	188,33
26				23591,84	19186,54	186,68
VUPP = 0,0120				VUPP = 0,0032		

Nos dados iniciais, foi provocado um erro de 60 micra na observação x da aerofoto 3, referente ao ponto 18, originando os valores do anexo 7. Nestes valores para três graus de liberdade, a variância da unidade de peso a posteriori foi pequena. A observação que estava eivada do erro de 60 micra não apresentou o maior resíduo padronizado em módulo, se comparado com outros resíduos padronizados. Mais uma vez, verificou-se que os erros na observação da coordenada x não foram detectados pelo método de Baarda. Com a análise das coordenadas do espaço objeto dos pontos comuns aos dois modelos fotogramétricos pode-se constatar que a coordenada Z do ponto 18 apresentou uma diferença de 0,94m. A interpretação desta ocorrência pôde conduzir à localização da observação em x que estava eivada de erro gros-

seiro, a exemplo do que ocorreu quando foi feito o ajustamento sem injunções altimétricas.

3.4.3 AJUSTAMENTO DA AEROTRIANGULAÇÃO

Os dados referentes ao bloco do campo de teste com doze aerofotos e ao bloco gerado de forma aleatória com 49 fotos foram ajustados pelo programa descrito no ítem 3.3.3. Com estes dados foram realizadas algumas experiências, visando o tempo de processamento. Por outro lado, pretende-se verificar qual o espaço de memória que o programa necessita para processar num microcomputador que disponha de 640 K bytes de memória RAM.

O bloco do campo de testes foi aerotriangulado depois de se ter feito a depuração dos erros sistemáticos. Isto só foi possível porque se dispunha do certificado de calibração da câmara utilizada no vôo. Uma amostra dos resultados deste ajustamento está no anexo 8.

O ajustamento necessitou de três passos iterativos para atingir os critérios de convergência estabelecidos para o modelo paramétrico. Quanto à resolução do sistema de equações normais, usando o método das sobre-relaxações, necessitou de 122, 37 e 25 passos iterativos para atingir os critérios de convergência, respectivamente, em cada um dos passos do ajustamento paramétrico. O bloco processado tinha 186 parâmetros e 7200 elementos não nulos na matriz N. O tempo de processamento para o ajustamento foi de 9h 38m.

No bloco de 49 aerofotos, quando foi gerado de forma

aleatória corrigiu-se a refração fotogramétrica. As fotocoordenadas deste bloco foram ajustadas, sem se fazer qualquer outra correção, quer de erros sistemáticos quer de erros grosseiros. Uma amostra dos resultados deste ajustamento está no anexo 9.

O ajustamento necessitou de três passos iterativos para atingir os critérios de convergência estabelecidos para o modelo paramétrico. Quanto ao sistema de equações normais, usando o método das sobre-relaxações, necessitou de 87, 29 e 23 passos iterativos para atingir os critérios de convergência, respectivamente, em cada um dos passos do ajustamento paramétrico. O bloco processado tinha 756 parâmetros e 11529 elementos não nulos na matriz N. O tempo de processamento para o ajustamento foi de 47h e 22m.

Com estas informações foi possível gerar de forma empírica, para determinar o tempo de processamento de um bloco, a seguinte expressão:

$$T = \left(\sum_{i=1}^k l_i \right) \times 3,91 \times 10^{-8} \text{ n ENN} \quad (3.10)$$

onde

l_i representa o número total de passos iterativos na resolução do sistema de equações normais pelo método das sobre-relaxações,

n vide pág. 44,

ENN vide pág. 66,

k representa o número total de passos iterativos do ajustamento no modelo paramétrico e

T representa o valor aproximado de horas consumidas para processar o bloco.

No que concerne ao espaço físico que o programa compilado precisa ocupar no processamento de um bloco fotogramétrico na memória RAM de um microcomputador ou na memória virtual de um minicomputador será, basicamente, como função das variáveis e do número de bytes do programa fonte. Quanto às variáveis, as que ocupam mais espaço são as seguintes:

- a) VE, L, X_o , X, X_a e U cujos elementos são reais ocupando 8 bytes cada e
- b) LD e LY cujos elementos são inteiros ocupando 4 bytes cada.

Sendo assim, o programa, depois de compilado, terá que dispor do seguinte espaço de memória, no mínimo:

$$EM = 8 (VE + L + X_o + X + X_a + U) + 4 (LD + LY) \quad (3.11)$$

Considere-se, então, um bloco com 180 aerofotos distribuídas em 18 faixas, contendo 10 aerofotos cada faixa. Nas fotos de início e de fim de faixa, há 6 pontos imagem. Nas restantes há 9 pontos imagem por aerofoto. Esta configuração gera um total de 1740 pontos imagem. No espaço objeto há 420 pontos dos quais, por exemplo, pode-se considerar 12 como sendo pontos de apoio planialtimétricos. Com estes dados e usando-se as ex-

pressões (2.48) a (2.51) e a (3.5) pôde-se calcular o número de observações, de parâmetros e o de elementos não nulos da matriz N obtendo-se 3060, 2190 e 33216 respectivamente. Com a utilização da expressão (3.11) pôde-se obter o número de bytes necessários para armazenar os elementos das variáveis atrás apresentadas, como sendo 501.912. O programa depois de compilado, para esta situação, ocupou um total de 562.288 bytes. Os bytes excedentes dos calculados referem-se a mais algumas variáveis, ao espaço do programa fonte e a informações que o programa compilado necessita ter para a execução de certos controles enquanto o programa está processando.

4 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Ao longo deste trabalho pôde-se ver a aplicação da fototriangulação analítica, pelo método de feixe de raios, extensiva a blocos fotogramétricos com grandes quantidades de aerofotos. Nesta fototriangulação analítica, constatou-se a presença de três fases diferentes: a correção dos erros sistemáticos das coordenadas do espaço imagem, a detecção e eliminação de erros grosseiros e o ajustamento do bloco.

O procedimento utilizado na primeira fase não foi testado visto que incorpora métodos já consagrados de amplo conhecimento do meio científico, bem como o seu alcance e as suas limitações.

Na segunda fase, onde se investigou a detecção e eliminação de erros grosseiros nas coordenadas de pontos do espaço imagem, constatou-se o seguinte:

- a) o método de Baarda, aplicado a modelos fotogramétricos, gerados analiticamente com ajustamento livre, foi eficiente para a detecção e localização de erros grosseiros nas coordenadas y do espaço imagem;
- b) o mesmo procedimento quando aplicado às coordenadas x de pontos do espaço imagem foi ineficiente e

- c) a inclusão de injunções altimétricas, possibilitou a localização de erros grosseiros na coordenada x de pontos do espaço imagem, quando se fazia a comparação das coordenadas de pontos comuns a dois modelos adjacentes. Este procedimento limita a aplicação do método para pontos que apareçam pelo menos em três aerofotos.

Na terceira fase, onde se desenvolveu um procedimento para o ajustamento, com alcance para grandes blocos fotogramétricos, pelo método dos mínimos quadrados, usando-se o processo iterativo das sobre-relaxações para a resolução do sistema de equações normais com o armazenamento dos elementos não nulos da triangular superior da matriz N em um vetor, constatou-se o seguinte:

- a) em microcomputadores com 640 K bytes de memória RAM pode-se ajustar blocos fotogramétricos com até 180 fotos com 9 pontos imagem por foto;
- b) em minicomputadores com memória virtual, o ajustamento depende do tamanho dessa memória; e
- c) um bloco com 1.000 fotos e 9 pontos imagem por foto necessita apenas de 2,8 M bytes de memória para o programa processar.

Considerando os testes efetuados, os resultados obtidos e as conclusões a que se chegou, somos de opinião que a metodologia aqui desenvolvida é eficiente com algumas limitações na detecção e localização de erros grosseiros e, por isso, apresentamos as seguintes recomendações:

- a) a parte que concerne à detecção e localização de erros tem um campo incomensurável de investigação e não foi totalmente esgotada. Desta forma, somos de opinião que em trabalhos futuros se continue investigando para a descoberta de novas técnicas ou metodologias que possam conduzir a uma detecção e localização de erros grosseiros mais confiáveis;
- b) de igual forma, quanto ao ajustamento de grandes blocos fotogramétricos pelo método feixe de raios em microcomputadores pode-se pensar em desenvolver novos trabalhos com a aplicação de outras técnicas de resolução de sistemas de equações normais e compará-las, entre si, em termos de tempo de processamento e capacidade do tamanho do bloco.

ANEXOS

ANEXO 1 - Amostra dos dados de campo de teste	85
ANEXO 2 - Amostra do bloco das 49 aerofotos	90
ANEXO 3 - Campo de teste com erros sistemáticos depurados .	94
ANEXO 4 - Modelos 34 e 45 sem injunções altimétricas e erro de 60 micra na observação y	100
ANEXO 5 - Modelos 34 e 45 sem injunções altimétricas e erro de 60 micra na observação x	104
ANEXO 6 - Modelos 34 e 45 sem injunções altimétricas e erro de 60 micra nas observações x e y	108
ANEXO 7 - Modelos 34 e 45 com injunções altimétricas e erro de 60 micra na observação x	112
ANEXO 8 - Amostra do ajustamento do campo de teste	116
ANEXO 9 - Amostra do ajustamento do bloco com 49 fotos	119

ANEXO 1

BLOCO DO CAMPO DE TESTE

CÂMARA: WILD RC10 15/23
 DISTÂNCIA FOCAL NOMINAL: 151,67 mm
 DISTÂNCIA FOCAL CALIBRADA: 151,741 \pm 0,020 mm
 DATA DE TOMADA DAS AEROFOTOS: 18/11/86
 NÚMERO DE AEROFOTOS: 12
 ESCALA DAS AEROFOTOS: 1:12.000
 NÚMERO DE ALVOS: 38
 NÚMERO DE IMAGENS DOS ALVOS: 370
 NÚMERO DE PARAMETROS: 12 x 6 + 38 x 3 = 186
 NÚMERO DE OBSERVAÇÕES: 370 x 2 = 740
 PONTOS DE CONTROLE: 8
 ELEMENTOS NÃO NULOS: 7.200
 GRAUS DE LIBERDADE: 554

COORDENADAS DO PONTO PRINCIPAL:

$$x = 0,036 \pm 0,005 \text{ mm}$$

$$y = 0,029 \pm 0,005 \text{ mm}$$

COEFICIENTES DA DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA:

$$K_1 = -4,789 \times 10^{-8} \pm 5,032 \times 10 \text{ mm}$$

$$K_2 = 2,015 \times 10^{-12} \pm 5,713 \times 10 \text{ mm}$$

$$K_3 = -7,636 \times 10^{-18} \pm 1,993 \times 10 \text{ mm}$$

COEFICIENTES DA DISTORÇÃO DESCENTRADA

$$p_1 = -7,724 \times 10^{-8} \pm 4,274 \times 10 \text{ mm}$$

$$p_2 = 1,115 \times 10^{-7} \pm 4,992 \times 10 \text{ mm}$$

FOTO NÚM. 1

VALORES DAS COORDENADAS DAS MARCAS FIDUCIAIS

CALIBRADAS			LIDAS		
MARCA	x	y	MARCA	x	y
1	106,005	-106,004	1	444,924	446,942
2	-106,004	-106,004	2	656,904	448,84
3	-106,005	106,004	3	654,985	660,85
4	106,003	106,003	4	443,02	658,934

COORDENADAS DOS PONTOS NO SISTEMA INSTRUMENTAL

PONTO	x	y	PONTO	x	y
4	449.392	632.939	1	451.032	623.099
7	481.399	631.049	8	490.930	628.676
10	493.636	638.564	5	515.831	644.977
11	503.932	651.999	12	511.456	655.932
15	537.903	656.796	14	535.322	651.576
16	547.344	636.547	35	571.480	631.511
17	534.168	608.115	9	520.761	595.162
7	494.613	607.671	18	554.041	561.743
19	561.213	557.471	34	602.456	543.189
36	579.586	542.314	20	567.912	534.528
21	559.562	518.974	22	553.371	505.593
23	544.028	490.662	24	532.429	475.349
32	491.004	451.156	33	466.033	476.968
25	495.713	492.893	38	470.195	521.060
37	506.302	550.248	26	485.728	548.188
27	468.183	558.491	28	472.069	564.848
29	453.276	561.971			

FOTO NÚM. 2

VALORES DAS COORDENADAS DAS MARCAS FIDUCIAIS

CALIBRADAS			LIDAS		
MARCA	x	y	MARCA	x	y
1	106,005	-106,004	1	443,495	448,124
2	-106,004	-106,004	2	655,459	450,246
3	-106,005	106,004	3	653,319	662,244
4	106,003	106,003	4	441,363	660,108

COORDENADAS DOS PONTOS NO SISTEMA INSTRUMENTAL

PONTO	x	y	PONTO	x	y
2	481,612	625,437	3	488,177	632,480
4	498,307	634,398	1	499,774	624,542
6	520,231	632,524	8	539,647	630,322
10	542,387	640,253	5	534,593	646,363
11	552,456	653,786	12	559,898	657,773
15	586,062	658,763	14	583,612	653,506
16	595,489	638,476	35	619,197	633,534
17	582,376	609,907	7	542,879	609,291
9	568,814	596,885	18	601,177	563,645
19	608,209	559,418	34	648,546	545,360
36	625,883	544,388	20	614,150	536,581
21	605,970	521,055	22	600,076	507,721
23	590,915	492,853	24	579,401	477,601
32	538,594	453,449	33	533,810	478,997
25	542,963	494,847	38	516,035	522,738
37	548,865	551,993	26	528,470	549,844
27	510,859	560,048	28	514,754	566,415
29	495,923	563,454	30	476,443	566,119

FOTO NÚM. 3

VALORES DAS COORDENADAS DAS MARCAS FIDUCIAIS

CALIBRADAS			LIDAS		
MARCA	x	y	MARCA	x	y
1	106,005	-106,004	1	443,555	450,444
2	-106,004	-106,004	2	655,515	451,348
3	-106,005	106,004	3	654,592	663,343
4	106,003	106,003	4	442,641	662,427

COORDENADAS DOS PONTOS NO SISTEMA INSTRUMENTAL

PONTO	x	y	PONTO	x	y
6	568,997	631,030	8	588,107	628,721
10	590,949	638,477	5	583,317	644,560
11	600,817	651,711	12	608,132	655,570
13	623,377	661,480	15	633,724	656,370
14	631,400	651,224	16	642,949	636,371
17	629,869	608,281	9	616,172	595,490
7	590,687	607,953	18	647,410	562,256
19	654,297	557,998	20	659,493	535,161
21	651,417	519,660	22	645,735	506,303
23	636,637	491,392	24	625,031	476,078
32	584,172	451,893	33	579,801	477,795
25	588,700	493,733	38	560,637	521,985
37	590,793	551,091	26	570,537	549,082
27	552,990	559,394	28	556,981	565,713
29	538,091	562,897	30	518,698	566,690
31	483,715	521,997	2	530,259	624,335
3	537,129	631,225	4	547,362	633,038
1	548,518	623,321			

ANEXO 2

DADOS ALEATORIOS PARA AEROTRIANGULACAO DE BLOCOS

SX0= .00000

SY0= .00000

CC=-153.00000

COORDENADAS DE TERRENO

PONTO	X	Y	Z
1	20000.000	20800.000	178.000
2	20900.000	20800.000	180.000
3	21800.000	20800.000	182.000
4	22700.000	20800.000	184.000
5	23600.000	20800.000	186.000
6	24500.000	20800.000	188.000
7	25400.000	20800.000	190.000
8	20000.000	20267.000	179.000
9	20900.000	20267.000	181.000
10	21800.000	20267.000	183.000
11	22700.000	20267.000	185.000
12	23600.000	20267.000	187.000
13	24500.000	20267.000	189.000
14	25400.000	20267.000	191.000
15	20000.000	19733.000	180.000
16	20900.000	19733.000	182.000
17	21800.000	19733.000	184.000
18	22700.000	19733.000	186.000
19	23600.000	19733.000	188.000
20	24500.000	19733.000	190.000
21	25400.000	19733.000	192.000
22	20000.000	19200.000	181.000
23	20900.000	19200.000	183.000
24	21800.000	19200.000	185.000
25	22700.000	19200.000	187.000
26	23600.000	19200.000	189.000
27	24500.000	19200.000	191.000
28	25400.000	19200.000	193.000

ORIENTACAO EXTERIOR DA FOTO 3

X0 21800.000
 Y0 20000.000
 Z0 1714.000
 KAP 0 7 2.00
 PHI 0 -14 -2.00
 OME 0 21 20.00

COORDENADAS DE FOTO				
FOTO	PONTO	X	Y	DESV PAD
3	2	-90.18803	78.93261	.00500
3	3	-.49298	78.66628	.00500
3	4	89.00666	78.39779	.00500
3	9	-90.54927	25.88761	.00500
3	10	-.60195	25.67672	.00500
3	11	89.14844	25.46747	.00500
3	16	-90.91209	-27.55717	.00500
3	17	-.71120	-27.70828	.00500
3	18	89.29362	-27.86154	.00500
3	23	-91.27829	-81.20305	.00500
3	24	-.82001	-81.29664	.00500
3	25	89.43713	-81.39174	.00500

ORIENTACAO EXTERIOR DA FOTO 4

X0 22700.000
 Y0 20000.000
 Z0 1716.000
 KAP 0 -13 -38.00
 PHI 0 0 4.00
 OME 0 -11 -2.00

COORDENADAS DE FOTO				
FOTO	PONTO	X	Y	DESV PAD
4	3	-90.26322	80.03236	.00500
4	4	-.34560	80.49347	.00500
4	5	89.80867	80.95726	.00500
4	10	-90.00898	26.76817	.00500
4	11	-.13472	27.15953	.00500
4	12	89.97736	27.55215	.00500
4	17	-89.75666	-26.54617	.00500
4	18	.07573	-26.22305	.00500
4	19	90.14710	-25.90205	.00500
4	24	-89.50501	-79.71081	.00500
4	25	.28851	-79.45884	.00500
4	26	90.31653	-79.20773	.00500

ORIENTACAO EXTERIOR DA FOTO 5

XO 23600.000
 YO 20000.000
 ZO 1718.000
 KAP 0 0 39.00
 PHI 0 11 48.00
 OME 0 2 45.00

COORDENADAS DE FOTO				
FOTO	PONTO	X	Y	DESV PAD
5	4	-89.04174	79.46537	.00500
5	5	.50937	79.71260	.00500
5	6	90.65722	79.96159	.00500
5	11	-89.13292	26.45632	.00500
5	12	.50119	26.52709	.00500
5	13	90.73266	26.59814	.00500
5	18	-89.22750	-26.75064	.00500
5	19	.49036	-26.85713	.00500
5	20	90.80741	-26.96403	.00500
5	25	-89.31962	-79.95802	.00500
5	26	.47882	-80.24086	.00500
5	27	90.88140	-80.52677	.00500

ANEXO 3

CAMPO DE TESTE COM ERROS SISTEMÁTICOS DEPURADOS

FOTO NÚM. 1

PARAMETROS DA TRANSFORMAÇÃO AFIM

X(1)= -1.000088645157918
 X(2)= -9.024343003788480-03
 X(3)= 555.0052580188024
 X(4)= -8.9936360884413930-03
 X(5)= .999949567682362
 X(6)= -548.9176916035989

SIGMA= 2.425

QUI-QUADRADO= 4.851

EMQ(1)= 3.673E-05
 EMQ(2)= 3.673E-05
 EMQ(3)= 2.893E-02
 EMQ(4)= 3.673E-05
 EMQ(5)= 3.673E-05
 EMQ(6)= 2.893E-02

COORDENADAS FOTOGRÁFICAS

PONTO	X	Y	EMQX	EMQY
4	99.851	79.936	5.0010-03	5.0000-03
1	98.301	70.081	5.0010-03	5.0000-03
7	67.851	77.759	5.0010-03	5.0000-03
8	58.337	75.299	5.0010-03	5.0000-03
10	55.541	85.165	5.0010-03	5.0000-03
5	33.281	91.379	5.0010-03	5.0000-03
11	45.121	98.511	5.0010-03	5.0000-03
12	37.559	102.377	5.0010-03	5.0000-03
15	11.095	103.002	5.0010-03	5.0000-03
14	13.724	97.804	5.0010-03	5.0000-03
16	1.833	82.660	5.0010-03	5.0000-03
35	-22.264	77.406	5.0010-03	5.0000-03
17	15.268	54.338	5.0010-03	5.0000-03
9	28.793	41.505	5.0010-03	5.0000-03
7	54.839	54.254	5.0010-03	5.0000-03

COORDENADAS FOTOGRÁFICAS

PONTO	X	Y	EMQX	EMQY
18	-4.190	7.785	5.0010-03	5.0000-03
19	-11.324	3.449	5.0010-03	5.0000-03
34	-52.446	-11.205	5.0010-03	5.0000-03
36	-29.563	-11.873	5.0010-03	5.0000-03
20	-17.817	-19.553	5.0010-03	5.0000-03
21	-9.326	-35.033	5.0010-03	5.0000-03
22	-3.014	-48.360	5.0010-03	5.0000-03
23	6.466	-63.212	5.0010-03	5.0000-03
24	18.208	-78.428	5.0010-03	5.0000-03
32	59.869	-102.261	5.0010-03	5.0000-03
33	64.608	-76.397	5.0010-03	5.0000-03
25	54.777	-60.551	5.0010-03	5.0000-03
38	80.050	-32.150	5.0010-03	5.0000-03
37	43.660	-3.280	5.0010-03	5.0000-03
26	64.261	-5.156	5.0010-03	5.0000-03
27	81.723	5.306	5.0010-03	5.0000-03
28	77.777	11.629	5.0010-03	5.0000-03
29	96.608	8.921	5.0010-03	5.0000-03

FOTO NÚM. 2

PARAMETROS DA TRANSFORMAÇÃO AFIM

X(1)= -1.000127526634187
 X(2)= -1.0084260703453780-02
 X(3)= 554.0772716534018
 X(4)= -1.0041753974834910-02
 X(5)= .9999766527651619
 X(6)= -549.6607998149037

SIGMA= 1.091

QUI-QUADRADO= 2.181

EMQ(1)= 2.463E-05
 EMQ(2)= 2.463E-05
 EMQ(3)= 1.940E-02
 EMQ(4)= 2.463E-05
 EMQ(5)= 2.463E-05

EMQ(6)= 1.940E-02

COORDENADAS FOTOGRÁFICAS

PONTO	X	Y	EMQX	EMQY
2	66.078	70.913	5.0010-03	5.0000-03
3	59.439	77.891	5.0010-03	5.0000-03
4	49.285	79.707	5.0010-03	5.0000-03
1	47.916	69.832	5.0010-03	5.0000-03
6	27.371	77.609	5.0010-03	5.0000-03
8	7.971	75.210	5.0010-03	5.0000-03
10	5.130	85.118	5.0010-03	5.0000-03
5	12.865	91.329	5.0010-03	5.0000-03
11	-5.079	98.555	5.0010-03	5.0000-03
12	-12.563	102.468	5.0010-03	5.0000-03
15	-38.747	103.196	5.0010-03	5.0000-03
14	-36.243	97.962	5.0010-03	5.0000-03
16	-47.972	82.809	5.0010-03	5.0000-03
35	-71.639	77.629	5.0010-03	5.0000-03
17	-34.563	54.361	5.0010-03	5.0000-03
7	4.949	54.140	5.0010-03	5.0000-03
9	-20.865	41.471	5.0010-03	5.0000-03
18	-52.900	7.905	5.0010-03	5.0000-03
19	-59.893	3.608	5.0010-03	5.0000-03
34	-100.111	-10.859	5.0010-03	5.0000-03
36	-77.425	-11.602	5.0010-03	5.0000-03
20	-65.607	-19.292	5.0010-03	5.0000-03
21	-57.268	-34.737	5.0010-03	5.0000-03
22	-51.239	-48.015	5.0010-03	5.0000-03
23	-41.927	-62.794	5.0010-03	5.0000-03
24	-30.256	-77.936	5.0010-03	5.0000-03
32	10.810	-101.690	5.0010-03	5.0000-03
33	15.336	-76.081	5.0010-03	5.0000-03
25	6.020	-60.315	5.0010-03	5.0000-03
38	32.672	-32.149	5.0010-03	5.0000-03
37	-0.460	-3.221	5.0010-03	5.0000-03
26	19.959	-5.165	5.0010-03	5.0000-03
27	37.471	5.215	5.0010-03	5.0000-03
28	33.511	11.543	5.0010-03	5.0000-03
29	52.378	8.772	5.0010-03	5.0000-03
30	71.836	11.633	5.0010-03	5.0000-03

FOTO NÚM. 3

PARAMETROS DA TRANSFORMAÇÃO AFIM

X(1)= -1.000231415281342
 X(2)= -4.3408510243545580-03
 X(3)= 551.6199432165426
 X(4)= -4.2912893391467280-03
 X(5)= 1.000068674761499
 X(6)= -554.5727514099093

SIGMA= 0.925

QUI-QUADRADO= 1.851

EMQ(1)= 2.269E-05
 EMQ(2)= 2.269E-05
 EMQ(3)= 1.791E-02
 EMQ(4)= 2.269E-05
 EMQ(5)= 2.269E-05
 EMQ(6)= 1.791E-02

COORDENADAS FOTOGRÁFICAS

PONTO	X	Y	EMQX	EMQY
6	-20.287	74.041	5.0010-03	5.0000-03
8	-39.395	71.651	5.0010-03	5.0000-03
10	-42.282	81.399	5.0010-03	5.0000-03
5	-34.673	87.517	5.0010-03	5.0000-03
11	-52.213	94.597	5.0010-03	5.0000-03
12	-59.548	98.425	5.0010-03	5.0000-03
13	-74.823	104.269	5.0010-03	5.0000-03
15	-85.152	99.112	5.0010-03	5.0000-03
14	-82.806	93.976	5.0010-03	5.0000-03
16	-94.296	79.070	5.0010-03	5.0000-03
17	-81.089	51.028	5.0010-03	5.0000-03
9	-67.326	38.291	5.0010-03	5.0000-03
7	-41.884	50.864	5.0010-03	5.0000-03
18	-98.439	4.915	5.0010-03	5.0000-03
19	-105.312	0.626	5.0010-03	5.0000-03
20	-110.412	-22.241	5.0010-03	5.0000-03
21	-102.265	-37.713	5.0010-03	5.0000-03

COORDENADAS FOTOGRÁFICAS

PONTO	X	Y	EMQX	EMQY
22	-96.523	-51.050	5.0010-03	5.0000-03
23	-87.356	-65.927	5.0010-03	5.0000-03
24	-75.678	-81.197	5.0010-03	5.0000-03
32	-34.694	-105.216	5.0010-03	5.0000-03
33	-30.432	-79.281	5.0010-03	5.0000-03
25	-39.402	-63.373	5.0010-03	5.0000-03
38	-11.449	-34.988	5.0010-03	5.0000-03
37	-41.740	-6.009	5.0010-03	5.0000-03
26	-21.468	-7.930	5.0010-03	5.0000-03
27	-3.962	2.458	5.0010-03	5.0000-03
28	-7.981	8.760	5.0010-03	5.0000-03
29	10.925	6.025	5.0010-03	5.0000-03
30	30.307	9.901	5.0010-03	5.0000-03
31	65.504	-34.652	5.0010-03	5.0000-03
2	18.495	67.510	5.0010-03	5.0000-03
3	11.593	74.373	5.0010-03	5.0000-03
4	1.348	76.143	5.0010-03	5.0000-03
1	0.234	66.416	5.0010-03	5.0000-03

ANEXO 4

MODELOS 34 e 45 SEM INJUNCOES COM 60 MICRA
DE ERRO NA ORDENADA Y NO PONTO 18 DA FOTO 3

FAIXA= 1 MODELO= 34
O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.
VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .132540+02

TESTE DE BAARDA

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
3	-.776510-11	-.310600-06	.820010-05	.808290+00
3	.221980-05	.887940-01	.378050-02	.696970+00
4	.181730-10	.726910-06	.174820-05	.112650+00
4	.222440-05	.889760-01	.806350-03	.148500+00
10	.296970-10	.118790-05	-.582840-05	-.293780+00
10	.720510-05	.288200+00	-.398810-02	-.408100+00
11	.880440-11	.352180-06	-.141440-04	-.130930+01
11	.722400-05	.288960+00	-.968440-02	-.989700+00
17	.233250-11	.932990-07	-.245510-05	-.441550+00
17	.714900-05	.285960+00	-.328020-02	-.336970+00
18	-.711380-11	-.284550-06	.126180-04	.129950+01
18	.716480-05	.286590+00	.168730-01	.173150+01
24	.376120-10	.150450-05	.113940-06	.510330-02
24	.215240-05	.860960-01	.348760-02	.652960+00
25	-.267930-10	-.107170-05	-.252550-06	-.134020-01
25	.216040-05	.864150-01	-.799580-02	-.149420+01
3	.940970-10	.376390-05	.220770-04	.625130+00
3	.218190-05	.872750-01	-.374700-02	-.696780+00
4	.831370-10	.332550-05	.469630-05	.141470+00
4	.217290-05	.869160-01	-.797220-03	-.148550+00
10	.165140-09	.660550-05	-.203620-04	-.435220+00
10	.717550-05	.287020+00	.397980-02	.408090+00
11	.191030-09	.764110-05	-.493110-04	-.979980+00
11	.715770-05	.286310+00	.964010-02	.989730+00
17	.124540-09	.498140-05	-.143040-04	-.352080+00
17	.721680-05	.288670+00	.329580-02	.336990+00
18	.167600-09	.670400-05	.733860-04	.155700+01
18	.719760-05	.287900+00	-.169110-01	-.173140+01
24	.100350-09	.401410-05	.125830-04	.345010+00
24	.220100-05	.880390-01	-.352830-02	-.653250+00

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
25	-.254770-10	-.101910-05	-.287660-04	-.156540+01
25	.219590-05	.878350-01	.806890-02	.149570+01

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO			
PONTO	X	Y	Z
3	21795.049	20790.002	177.427
4	22694.684	20788.036	176.069
10	21793.971	20257.183	181.775
11	22693.687	20255.398	180.212
17	21792.900	19723.348	186.183
18	22692.687	19721.890	184.434
24	21791.835	19190.491	190.579
25	22691.712	19188.578	188.547

FAIXA= 1

MODELO= 45

O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.

VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .201380-02

TESTE DE BAARDA				
PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
4	.522900-10	.209160-05	-.105890-06	-.326320+00
4	.217880-05	.871510-01	.204460-04	.308670+00
5	.450950-10	.180380-05	-.323250-06	-.107270+01
5	.217600-05	.870380-01	.624090-04	.942780+00
11	.135540-09	.542160-05	.499860-06	.956780+00
11	.715690-05	.286280+00	-.113680-03	-.946960+00
12	.146590-09	.586360-05	.593010-06	.109140+01
12	.716380-05	.286550+00	-.134870-03	-.112290+01
18	.909850-10	.363940-05	-.601070-06	-.140420+01
18	.717450-05	.286980+00	.166290-03	.138340+01
19	.779880-10	.311950-05	-.298390-06	-.752950+00
19	.718180-05	.287270+00	.825500-04	.686420+00
25	.203530-09	.814120-05	.206800-06	.323020+00
25	.218900-05	.875610-01	-.730550-04	-.110030+01

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
26	-.130160-09	-.520630-05	.285640-07	.557930-01
26	.218680-05	.874710-01	-.100880-04	-.152010+00
4	.560820-11	.224330-06	.577430-07	.543350+00
4	.221340-05	.885350-01	-.206000-04	-.308560+00
5	.205560-10	.822250-06	.175930-06	.864700+00
5	.219890-05	.879560-01	-.627530-04	-.943030+00
11	-.123180-10	-.492700-06	-.957930-07	-.608220+00
11	.722540-05	.289020+00	.114220-03	.946920+00
12	-.146610-11	-.586450-07	-.113390-06	-.208680+01
12	.720270-05	.288110+00	.135240-03	.112290+01
18	.336160-10	.134460-05	-.188700-06	-.725240+00
18	.720190-05	.288080+00	-.166610-03	-.138350+01
19	.308880-10	.123550-05	-.934710-07	-.374780+00
19	.718140-05	.287260+00	-.825450-04	-.686400+00
25	.182470-09	.729890-05	.226820-06	.374170+00
25	.218930-05	.875700-01	.729930-04	.109930+01
26	-.136940-09	-.547760-05	.312660-07	.595380-01
26	.217870-05	.871480-01	.100590-04	.151860+00

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO			
PONTO	X	Y	Z
4	22694.680	20788.597	174.960
5	23594.679	20786.894	173.179
11	22693.684	20255.624	179.443
12	23593.705	20253.925	177.631
18	22692.684	19721.636	183.977
19	23592.701	19719.938	182.174
25	22691.712	19188.651	188.529
26	23591.698	19186.954	186.716

ANEXO 5

MODELOS 34 E 45 SEM INJUNCOES E ERRO DE 60 MICRA
NA OBSERVACAO X DO PONTO 18 NA FOTO 3

FAIXA= 1 MODELO= 34
O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.
VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .14199D-01

TESTE DE BAARDA				
PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
3	.65005D-10	.26002D-05	-.29252D-07	-.30447D-01
3	.22176D-05	.88704D-01	-.96603D-05	-.54439D-01
4	.38969D-10	.15588D-05	.17012D-06	.22870D+00
4	.22219D-05	.88878D-01	.56188D-04	.31633D+00
10	.61254D-10	.24502D-05	-.55110D-06	-.59093D+00
10	.72014D-05	.28806D+00	-.23071D-03	-.72148D+00
11	.68005D-10	.27202D-05	.22288D-06	.22682D+00
11	.72139D-05	.28856D+00	.93310D-04	.29155D+00
17	.98808D-10	.39523D-05	.85127D-06	.71868D+00
17	.71481D-05	.28592D+00	.48793D-03	.15315D+01
18	.21439D-09	.85757D-05	-.61548D-06	-.35276D+00
18	.71781D-05	.28712D+00	-.35276D-03	-.11049D+01
24	-.56692D-10	-.22677D-05	-.27187D-06	-.30302D+00
24	.21589D-05	.86355D-01	-.24756D-03	-.14139D+01
25	-.48919D-09	-.19568D-04	.22295D-06	.84594D-01
25	.21581D-05	.86322D-01	.20304D-03	.11599D+01
3	.55263D-10	.22105D-05	-.48799D-07	-.55089D-01
3	.21835D-05	.87339D-01	.95788D-05	.54401D-01
4	.12185D-09	.48739D-05	.28318D-06	.21529D+00
4	.21722D-05	.86888D-01	-.55581D-04	-.31648D+00
10	.19009D-09	.76034D-05	-.99470D-06	-.60546D+00
10	.71746D-05	.28698D+00	.23026D-03	.72143D+00
11	.11220D-09	.44878D-05	.40137D-06	.31799D+00
11	.71508D-05	.28603D+00	-.92908D-04	-.29157D+00
17	.16844D-09	.67378D-05	.17374D-05	.11234D+01
17	.72124D-05	.28850D+00	-.49019D-03	-.15318D+01
18	-.37336D-09	-.14934D-04	-.12531D-05	-.54423D+00
18	.72125D-05	.28850D+00	.35355D-03	.11048D+01
24	-.17086D-10	-.68343D-06	-.69370D-06	-.14084D+01

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
24	.219400-05	.877590-01	.250340-03	.141830+01
25	.577470-09	.230990-04	.567630-06	.198230+00
25	.220140-05	.880560-01	-.204830-03	-.115850+01

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO

PONTO	X	Y	Z
3	21795.048	20790.246	177.026
4	22695.106	20788.415	175.343
10	21793.969	20257.224	181.310
11	22694.021	20255.395	179.639
17	21792.898	19723.215	185.654
18	22692.927	19721.200	182.994
24	21791.832	19190.213	189.985
25	22691.870	19188.353	188.277

FAIXA= 1 MODELO= 45

O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.

VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .201380-02

TESTE DE BAARDA

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
4	.747800-10	.299120-05	-.106160-06	-.273560+00
4	.217880-05	.871540-01	.204430-04	.308620+00
5	.628530-10	.251410-05	-.323490-06	-.909260+00
5	.217440-05	.869770-01	.624110-04	.943150+00
11	.172010-09	.688030-05	.499670-06	.848980+00
11	.715620-05	.286250+00	-.113690-03	-.947010+00
12	.149290-09	.597160-05	.592850-06	.108120+01
12	.716380-05	.286550+00	-.134870-03	-.112290+01
18	.137690-09	.550750-05	-.601220-06	-.114180+01
18	.717500-05	.287000+00	.166290-03	.138340+01
19	.136510-09	.546030-05	-.298530-06	-.569380+00
19	.718200-05	.287280+00	.825490-04	.686410+00
25	-.103070-10	-.412290-06	.206700-06	.143470+01
25	.219220-05	.876890-01	-.730520-04	-.109950+01

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
26	-.364880-09	-.145950-04	.283360-07	.330560-01
26	.219230-05	.876910-01	-.100900-04	-.151860+00
4	.148320-09	.593270-05	.580120-07	.106150+00
4	.220840-05	.883380-01	-.205970-04	-.308860+00
5	.927550-10	.371020-05	.176210-06	.407710+00
5	.220100-05	.880400-01	-.627560-04	-.942620+00
11	.103790-09	.415180-05	-.955830-07	-.209070+00
11	.722360-05	.288940+00	.114220-03	.947040+00
12	.586950-10	.234780-05	-.113160-06	-.329150+00
12	.720350-05	.288140+00	.135240-03	.112280+01
18	.121940-09	.487760-05	-.188530-06	-.380450+00
18	.720340-05	.288140+00	-.166610-03	-.138330+01
19	-.758350-11	-.303340-06	-.932740-07	-.754780+00
19	.718060-05	.287220+00	-.825440-04	-.686430+00
25	.613240-10	.245300-05	.226890-06	.645640+00
25	.218880-05	.875540-01	.729900-04	.109940+01
26	.272190-09	.108880-04	.315620-07	.426310-01
26	.217450-05	.869810-01	.100620-04	.152050+00

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO			
PONTO	X	Y	Z
4	22695.107	20788.356	175.457
5	23595.105	20786.504	173.848
11	22694.021	20255.381	179.724
12	23594.043	20253.534	178.084
18	22692.932	19721.392	184.041
19	23592.948	19719.545	182.410
25	22691.870	19188.405	188.377
26	23591.856	19186.559	186.736

ANEXO 6

MODELOS 34 E 45 SEM INJUNCOES E COM ERRO DE 60 MICRA
NAS OBSERVACOES X E Y DO PONTO 18 NA FOTO 3

FAIXA= 1 MODELO= 34
O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.
VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .13234D+02

TESTE DE BAARDA				
PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
3	-.30168D-11	-.12067D-06	.81772D-05	.12842D+01
3	.22194D-05	.88776D-01	.37642D-02	.69455D+00
4	-.12936D-11	-.51746D-07	.17229D-05	.41640D+00
4	.22185D-05	.88741D-01	.79347D-03	.14644D+00
10	.10382D-09	.41530D-05	-.58186D-05	-.15697D+00
10	.72017D-05	.28807D+00	-.39719D-02	-.40686D+00
11	.15235D-10	.60941D-06	-.14144D-04	-.99610D+00
11	.72164D-05	.28866D+00	-.96614D-02	-.98862D+00
17	.13074D-09	.52297D-05	-.24551D-05	-.59021D-01
17	.71486D-05	.28594D+00	-.32640D-02	-.33558D+00
18	.37334D-09	.14934D-04	.12684D-04	.18045D+00
18	.71774D-05	.28710D+00	.16877D-01	.17317D+01
24	-.40839D-09	-.16336D-04	.12681D-06	.17249D-02
24	.21668D-05	.86671D-01	.34715D-02	.64829D+00
25	-.27375D-09	-.10950D-04	-.28411D-06	-.47203D-02
25	.21617D-05	.86469D-01	-.79985D-02	-.14954D+01
3	.12992D-09	.51969D-05	.21968D-04	.52978D+00
3	.21726D-05	.86906D-01	-.37308D-02	-.69577D+00
4	.10022D-09	.40088D-05	.46183D-05	.12681D+00
4	.21771D-05	.87082D-01	-.78448D-03	-.14615D+00
10	.29015D-09	.11606D-04	-.20265D-04	-.32704D+00
10	.71699D-05	.28680D+00	.39637D-02	.40691D+00
11	.15188D-09	.60750D-05	-.49160D-04	-.10965D+01
11	.71521D-05	.28608D+00	.96172D-02	.98852D+00
17	.32200D-09	.12880D-04	-.14223D-04	-.21787D+00
17	.72172D-05	.28869D+00	.32795D-02	.33557D+00
18	-.74356D-09	-.29742D-04	.73346D-04	.73939D+00
18	.72102D-05	.28841D+00	-.16915D-01	-.17316D+01
25	-.51327D-09	-.20531D-04	.12514D-04	.15183D+00

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
25	.219940-05	.879770-01	-.351200-02	-.650970+00
26	.114170-08	.456660-04	-.287500-04	-.233900+00
26	.219010-05	.876030-01	.807160-02	.149930+01

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO

PONTO	X	Y	Z
3	21795.049	20790.002	177.427
4	22694.684	20788.036	176.068
10	21793.971	20257.183	181.775
11	22693.687	20255.397	180.212
17	21792.900	19723.348	186.183
18	22692.682	19721.705	183.413
25	21791.835	19190.490	190.577
26	22691.712	19188.578	188.546

FAIXA= 1 MODELO= 45
O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.
VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .201380-02

TESTE DE BAARDA

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
4	.416600-10	.166640-05	-.106050-06	-.366150+00
4	.217940-05	.871760-01	.204450-04	.308610+00
5	.693270-10	.277310-05	-.323380-06	-.865470+00
5	.217370-05	.869500-01	.624100-04	.943280+00
11	.206230-09	.824910-05	.499730-06	.775450+00
11	.715650-05	.286260+00	-.113680-03	-.946980+00
12	.122300-09	.489210-05	.592930-06	.119480+01
12	.716390-05	.286550+00	-.134870-03	-.112290+01
18	.166410-09	.665630-05	-.601170-06	-.103850+01
18	.717520-05	.287010+00	.166290-03	.138340+01
19	.180670-09	.722700-05	-.298440-06	-.494770+00
19	.718140-05	.287260+00	.825500-04	.686440+00
25	-.387770-10	-.155110-05	.206810-06	.740080+00
25	.219560-05	.878230-01	-.730540-04	-.109870+01

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
26	-.722240-09	-.288900-04	.284850-07	.236200-01
26	.218740-05	.874960-01	-.100890-04	-.152010+00
4	-.744570-11	-.297830-06	.579090-07	.472910+00
4	.221490-05	.885980-01	-.205990-04	-.308420+00
5	.171460-09	.685630-05	.176090-06	.299670+00
5	.219770-05	.879070-01	-.627540-04	-.943310+00
11	.206230-09	.824910-05	.499730-06	-.775450+00
11	.722530-05	.289010+00	.114220-03	.946930+00
12	.783830-10	.313530-05	-.113280-06	-.285130+00
12	.720250-05	.288100+00	.135240-03	.112290+01
18	.111490-09	.445980-05	-.188590-06	-.398010+00
18	.720190-05	.288080+00	-.166610-03	-.138350+01
19	-.182580-09	-.730340-05	-.934050-07	-.154040+00
19	.718160-05	.287260+00	-.825450-04	-.686390+00
25	.680950-11	.272380-06	.226800-06	.193680+01
25	.218400-05	.873610-01	.729920-04	.110060+01
26	.537000-09	.214800-04	.313920-07	.301870-01
26	.217820-05	.871260-01	.100600-04	.151900+00

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO			
PONTO	X	Y	Z
4	22694.680	20788.597	174.962
5	23594.679	20786.894	173.181
11	22693.684	20255.623	179.444
12	23593.706	20253.924	177.632
18	22692.685	19721.636	183.977
19	23592.701	19719.937	182.174
25	22691.713	19188.650	188.527
26	23591.698	19186.953	186.715

ANEXO 7

MODELOS 34 E 45 COM INJUNCOES ALTIMETRICAS E ERRO
DE 60 MICRA NA OBSERVACAO X DO PONTO 18 NA FOTO 3

FAIXA= 1 MODELO= 34
O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.
VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .127540-01

TESTE DE BAARDA				
PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
3	.493590-10	.197440-05	-.710000-06	-.894850+00
3	.559240-05	.223690+00	-.234100-03	-.876550+00
4	.383910-05	.153560+00	-.109470-03	-.494730+00
4	.562290-05	.224920+00	.281200-03	.105010+01
10	.530970-10	.212390-05	-.712360-06	-.865640+00
10	.820600-05	.328240+00	-.298050-03	-.921280+00
11	.454600-10	.181840-05	.381560-06	.501100+00
11	.819760-05	.327910+00	.159630-03	.493680+00
17	.351290-10	.140520-05	.100800-05	.150600+01
17	.812810-05	.325120+00	.578490-03	.178670+01
18	-.211030-10	-.844130-06	-.773790-06	-.149150+01
18	.815500-05	.326200+00	-.444070-03	-.137690+01
24	-.864230-11	-.345690-06	.121950-08	.367310-02
24	.548590-05	.219440+00	.109230-05	.412950-02
25	.377210-05	.150860+00	-.517980-04	-.236150+00
25	.549010-05	.219610+00	-.445440-04	-.168330+00
3	.139180-09	.556700-05	-.118380-05	-.888520+00
3	.549860-05	.219940+00	.232130-03	.876550+00
4	.378330-05	.151330+00	.111090-03	.505720+00
4	.550980-05	.220390+00	-.277500-03	-.104680+01
10	.140130-09	.560510-05	-.128550-05	-.961590+00
10	.817440-05	.326980+00	.297470-03	.921290+00
11	.155410-09	.621620-05	.686840-06	.487870+00
11	.812690-05	.325080+00	-.158940-03	-.493680+00
17	.829290-10	.331720-05	.205880-05	.200180+01
17	.820360-05	.328140+00	-.581170-03	-.179670+01
18	.165740-09	.662950-05	-.157670-05	-.108440+01
18	.819130-05	.327650+00	.445060-03	.137690+01
24	.534900-10	.213960-05	.302850-08	.366670-02

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
24	.561030-05	.224410+00	-.110460-05	-.412940-02
25	.380630-05	.152250+00	.518240-04	.235210+00
25	.557940-05	.223180+00	.452500-04	.169630+00

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO

PONTO	X	Y	Z
3	21795.048	20790.216	177.088
4	22695.074	20788.384	175.400
10	21793.970	20257.214	181.372
11	22693.990	20255.385	179.692
17	21792.898	19723.225	185.715
18	22692.897	19721.211	183.046
24	21791.832	19190.242	190.046
25	22691.839	19188.384	188.330

FAIXA= 1 MODELO= 45

O AJUSTAMENTO PROCESSOU 3 VEZES.

VAR. DA UNID. DE PESO A POST.= .321760-02

TESTE DE BAARDA

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
4	.203620-05	.814480-01	.860350-04	.106290+01
4	.571230-05	.228490+00	.205980-03	.151940+01
5	.168930-09	.675730-05	.125760-06	.170580+00
5	.620130-05	.248050+00	-.242430-04	-.171620+00
11	.183310-09	.733240-05	.437360-06	.569480+00
11	.967430-05	.386970+00	-.993240-04	-.562960+00
12	.141030-09	.564120-05	.821640-06	.121970+01
12	.744120-05	.297650+00	-.186600-03	-.120590+01
18	.122370-09	.489480-05	-.223230-06	-.355750+00
18	.969700-05	.387880+00	.616940-04	.349270+00
19	.956980-10	.382790-05	-.430220-06	-.775300+00
19	.746610-05	.298640+00	.118900-03	.767160+00
25	.205850-05	.823400-01	.379740-05	.466600-01
25	.577860-05	.231140+00	-.244030-03	-.178970+01

PONTO	QVV	R	V	V/SIGMA
26	.467280-10	.186910-05	-.474850-06	-.122460+01
26	.626030-05	.250410+00	.167480-03	.118010+01
4	.208220-05	.832900-01	-.873750-04	-.106750+01
4	.579610-05	.231850+00	-.207450-03	-.151900+01
5	.494570-10	.197830-05	-.683790-07	-.171410+00
5	.627010-05	.250800+00	.243770-04	.171620+00
11	.116260-10	.465040-06	-.841780-07	-.435230+00
11	.976600-05	.390640+00	.997940-04	.562960+00
12	.112320-10	.449270-06	-.157790-06	-.830040+00
12	.748190-05	.299280+00	.187110-03	.120590+01
18	.190970-10	.763870-06	-.695780-07	-.280690+00
18	.973450-05	.389380+00	-.618140-04	-.349270+00
19	.140120-10	.560470-06	-.133850-06	-.630400+00
19	.746520-05	.298610+00	-.118900-03	-.767160+00
25	.206710-05	.826820-01	-.236840-05	-.290410-01
25	.577110-05	.230850+00	.243830-03	.178930+01
26	.527710-10	.211080-05	-.516870-06	-.125440+01
26	.622470-05	.248990+00	-.167010-03	-.118010+01

COORDENADAS DOS PONTOS DE APOIO			
PONTO	X	Y	Z
4	22695.074	20788.379	175.400
5	23595.095	20786.524	173.785
11	22693.990	20255.388	179.672
12	23594.032	20253.541	178.022
18	22692.901	19721.386	183.992
19	23592.938	19719.539	182.349
25	22691.840	19188.387	186.330
26	23591.845	19186.541	186.676

ANEXO 8

AMOSTRA DO AJUSTAMENTO DO CAMPO DE TESTE

PASSOS ITERATIVOS= 3

VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO A POSTERIOR=1.28081

O QUI-QUADRADO CALCULADO DO AJUSTAMENTO E 768.4860

O NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO AJUSTAMENTO E 554

O AJUSTAMENTO PODE SER ACEITE AO NIVEL DE 1%

ELEMENTOS DE ORIENTACAO EXTERIOR

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO 1

X0 1265.814

Y0 1928.779

Z0 3022.534

KAP -6 -45 -9.71

PHI 0 -44 -29.98

OME -2 -8 -53.33

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO 2

X0 1856.407

Y0 1848.880

Z0 3023.649

KAP -6 -24 -19.03

PHI -1 -2 -16.29

OME -1 -48 -54.50

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO 3

X0 2405.896

Y0 1775.682

Z0 3038.249

KAP -6 -32 -16.99

PHI -1 -30 -56.39

OME 0 -31 -12.14

COORDENADAS DE TERRENO

PONTO	X	Y	Z
1	2550.752	2555.177	1202.495
2	2773.890	2551.238	1189.862
3	2695.209	2634.059	1207.335
4	2573.618	2663.342	1214.816
5	2160.476	2848.282	1201.509
6	2313.448	2668.205	1208.786
7	2021.288	2429.779	1185.595
8	2082.445	2667.580	1201.310
9	1695.367	2316.572	1170.266
10	2061.691	2786.264	1200.159
11	1959.151	2958.300	1192.135
12	1876.146	3014.509	1188.439

ANEXO 9

AMOSTRA DO AJUSTAMENTO DO BLOCO COM 49 FOTOS

PASSOS ITERATIVOS= 2

VARIANCIA DA UNIDADE DE PESO A POSTERIOR= .62568

O QUI-QUADRADO CALCULADO DO AJUSTAMENTO E 207.6992

O NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO AJUSTAMENTO E 332

O AJUSTAMENTO PODE SER ACEITE AO NIVEL DE 5% DE CONFIANCA

ELEMENTOS DE ORIENTACAO EXTERIOR

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO	3		
X0	21800.240		
Y0	20000.050		
Z0	1713.940		
KAP	0	7	1.73
PHI	0	-14	-5.64
OME	0	21	47.59

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO	4		
X0	22700.220		
Y0	20000.060		
Z0	1715.950		
KAP	0	-13	-36.85
PHI	0	0	-.61
OME	0	-10	-35.89

ORIENTACAO EXTERIOR

FOTO 5
 XO 23600.240
 YO 20000.120
 ZO 1717.968
 KAP 0 0 40.60
 PHI 0 11 44.76
 OME 0 3 5.80

COORDENADAS DE TERRENO

PONTO	X	Y	Z
1	19999.980	20799.970	178.003
2	20899.970	20799.950	180.080
3	21799.970	20799.960	182.099
4	22699.960	20799.950	184.107
5	23599.960	20799.970	186.101
6	24499.980	20800.020	188.031
7	25400.020	20800.030	190.042
8	20000.000	20266.960	178.989
9	20899.970	20266.950	181.012
10	21799.970	20266.950	183.021
11	22699.960	20266.960	185.012
12	23599.970	20266.970	187.023
13	24499.980	20266.990	189.016
14	25399.990	20266.990	191.050
15	20000.000	19732.970	179.940
16	20899.980	19732.960	181.946
17	21799.970	19732.960	183.958
18	22699.960	19732.970	185.966
19	23599.960	19732.970	187.968
20	24499.980	19732.960	189.977
21	25400.000	19732.960	192.019
22	20000.020	19200.030	180.951
23	20899.970	19199.970	182.881
24	21799.970	19199.970	184.908
25	22699.960	19199.950	186.877
26	23599.960	19199.960	188.905
27	24499.980	19199.980	190.946
28	25399.980	19199.980	193.006

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKERMANN, F. Reliability and gross error detection in photogrammetric blocks. In: International Symposium on Geodetic Networks and Computations, Munich. Proceedings..., V. 5, p. 49-67, 1982.
- _____. The impact of modern data processing in Photogrammetry. Revista do Instituto Geográfico e Cadastral, 6:11-20, 1986.
- ANDRADE, José Bittencourt de. O problema dos sistemas de coordenadas nas aerotriangulações. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1973. 86p. Dissertação de mestrado.
- _____. Photogrammetric refraction. Ohio, The Ohio State University. 1977. 117p. Thesis of Doctor of Philosophy.
- _____. Refração fotogramétrica. Boletim da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 24:1-38, 1980.
- ANDRADE, J. B. de & BOLLINA, J. A. T. Transformações de coordenadas planas UTM para geográficas e determinação da convergência meridiana. In: Seminário de Computação Eletrônica aplicada às ciências geodésicas, 1. Curitiba. Anais..., Curitiba, UFPr, p. 124-9, 1970.
- ANDRADE, J. B. de & OLIVAS, M. A. A. Calibração de câmaras aerofotogramétricas. Boletim da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 26:1-40, 1981.
- AYENI, O. O. Phototriangulation: a review and a bibliography. International Archives of Photogrammetry, Hamburg, 23, B 9: 313-357, 1980.

- BAARDA, W. Statistical concepts in geodesy. Netherlands Geodetic Commission, 2(4):1-74. 1967.
- _____. A testing procedure for use in geodetic networks. Netherlands Geodetic Commission, 2(5):1-97. 1968.
- BOULLION, Thomas L. & ODELL, Patrick L. Generalized inverse matrices. New York, John Wiley & Sons, 1971. 103p.
- BJERHAMMAR, Arne. Theory of errors and generalized matrix inverses. Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company, 1973. 420p.
- BROWN, D. C. Decentering distortion of lenses. Photogrammetric Engineering, 32(3):444-462, 1966.
- _____. Bundle adjustment with strip and block-invariant parameters. In: Symposium of International Society of Photogrammetry, Stuttgart. Proceedings..., p. 54-65, 1975.
- _____. Evolution and future of analytical photogrammetry. Reports of the Department of Geodetic Science, 250:360-410, 1977.
- CARLSON, E. Adjustment of large photogrammetric blocks. The Photogrammetric Journal of Finland. 4(1):45-47. 1970.
- _____. BLOSR iterative method for solving large photogrammetric normal equations. The Photogrammetric Journal of Finland. 6(1):25-29. 1972.
- CARLSON, E. & HALJALA, Sakari. Iterative method for solving large photogrammetric normal equations. The Photogrammetric Journal of Finland 6(2):154-159. 1974.
- DOYLE, Frederick J. The historical development of analytical photogrammetry. Photogrammetric Engineering, 30(2):259-265, 1964.
- DOYLE, F. J. et alii. Analytical photogrammetry. In: THOMPSON, Morris M. ed. Manual of Photogrammetry. 3. ed. Falls Church, American Society of Photogrammetry, p. 461-513, 1966.
- EL-HAKIM, Sabry F. Potential and limitations of photogrammetry for precision surveying. Technical Report, Department of Sur-

- veying Engineering University of New Brunswick, Fredericton, 63:1-168, 1979.
- _____. A practical study of gross-error detection in bundle adjustment. The Canadian Surveyor, 35(4):373-386, 1981.
- _____. On the detection of gross and systematic errors in combined adjustment of terrestrial and photogrammetric data. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Rio de Janeiro, 25 B 3a:151-162, 1984.
- FORSTNER, Wolfgang. The theoretical reliability of photogrammetric coordinates. International Archives of Photogrammetry, Hamburg, 23 B 3:223-35, 1980.
- _____. Evaluation of block adjustment results. International Archives of Photogrammetry, Hamburg, 23 B 3: 236-245, 1980.
- _____. Results of test 2 on gross error detection of ISP WG III/1 and OEEPE. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Rio de Janeiro, 25 B 3a:220-233, 1984.
- _____. The reliability of block triangulation. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 51(8):1137-1149, 1985.
- GEMAEL, Camil. Referenciais cartesianos utilizados em geodésia. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1981. 82p.
- GRUN, A. Internal reliability models for aerial bundle systems. International Archives of Photogrammetry, Hamburg, 23 B 3: 272-283, 1980.
- GMURMAN, V. E. Problemas em probabilidades e estatística. Moscou, Mir, 1984. 336p.
- JACOBSEN, K. Experience in blunder detection for aerial triangulation. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Rio de Janeiro, 25 B 3a:440-447, 1984.
- JEYAPALAN, K. Data Snooping using observations and parameters with constraints. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Rio de Janeiro, 25 B 3a:461-467, 1984.

- KOK, J. J. An algorithm for the reduction of sparse symmetric matrices, for use in least-squares adjustment programmes. In: HALMOS, F. and SOMOGYI, J. Ed. Optimization of design and computation of control networks. Budapest, Akademiai Kiado, 1979. p 381-89.
- LUGNANI, João Bosco. Introdução à fototriangulação. Curitiba, UFPr, 1987. 134p.
- MAGRO, Francisco H. S. Programa para o ajustamento de redes topográficas pelo método de variação de coordenadas. In: Seminário Nacional de Cadastro Técnico Rural e Urbano, I SENCTRU. Anais..., Curitiba, p 331-8, 1987.
- MERCHANT, Dean C. Analytical Photogrammetry. Ohio, The Ohio State University. Department of Geodetic Science, 1979. 224p.
- MIKHAIL, Edward M. Observations and least squares. New York, Thomas Y. Crowell Company, 1976. 497p.
- MITISHITA, Edson Aparecido. Detecção de erros grosseiros nas aerotriangulações. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1986. 245p. Dissertação de mestrado.
- RAMPAL, Kunwar K. Least Squares collocation in photogrammetry. Photogrammetric Engineering, 42(5):659-669, 1976.
- RAO, C. Radhakrishna & MITRA, Sujit Kumar. Generalized inverse of matrices and its applications. New York, Wiley & Sons, 1971. 240p.
- REID, J. K. Sparse matrices. In: JACOBS, D. ed. The state of the art in numerical analysis. London, Academic Press, 1977. p. 85-146.
- RIVADAVIA, S. Pereira. A estatística e suas aplicações. Porto Alegre, Grafosul, 1978. 658p.
- ROSIER, François Albert. Aerotriangulação semi-analítica: ajustamento simultâneo com injunções posicionais. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1983. 107p.

- SCHUT, G. H. Block adjustment of bundles. The Canadian Surveyor, 34(2):139-152, 1980.
- SCHWARZ, K. P.; FRASER, C. S.; GUSTAFSON, P. C. Aerotriangulation without ground control. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Rio de Janeiro, 25 A1 1:237-250, 1984.
- SLAMA, Chester C. et alii. Aerotriangulation. In: SLAMA, Chester C. ed. Manual of Photogrammetry. 4. ed. Falls Church, American Society of Photogrammetry, p. 453-518, 1980.
- SNYDER, John. P. Map projections - a working manual. U.S. Geological Survey Professional paper, Washington, D. C., 1935: 1-383, 1987.
- SPIEGEL, Murray R. Probabilidade e estatística. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1978. 527p.
- STARK, W. Adjustment and analysis of large geodetic networks using sparse algorithms. In: Internatioanl Symposium on Geodetic Networks and Computations, Munich. Proceedings..., V. 8, p. 41-53, 1982.
- STEFANOVIC, P. Pitfalls in blunder detection techniques. International Archives of Photogrammetry, Hamburg, 23 B 3:687-700, 1980.
- STEIDLER, Franz. On solution algorithms for large sparse systems of normal equations in photogrammetry. The Canadian Surveyor, 35(1):37-52, 1981.
- TEWARSON, R. P. Sparse matrices. New York Academic Press, 1973. 160 p. (Mathematics in Science and Engineering, 99).
- WELLS, David et alii. Guide to GPS positioning. Fredericton, University of New Brunswick, 1986. 584p.
- WOLF, Paul R. Elements of photogrammetry, with air photo interpretation and remote sensing. New York, McGraw-Hill Book Company. 1983. 628p.
- YOUNG, David M. & GREGORY, Robert Todd. A survey of numerical mathematics. Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company. 1973. 1152p.